
VÝFUK



Výpočty fyzikálních úkolů – kores. sem. MFF UK pro ZŠ

ročník IV

číslo 1/7

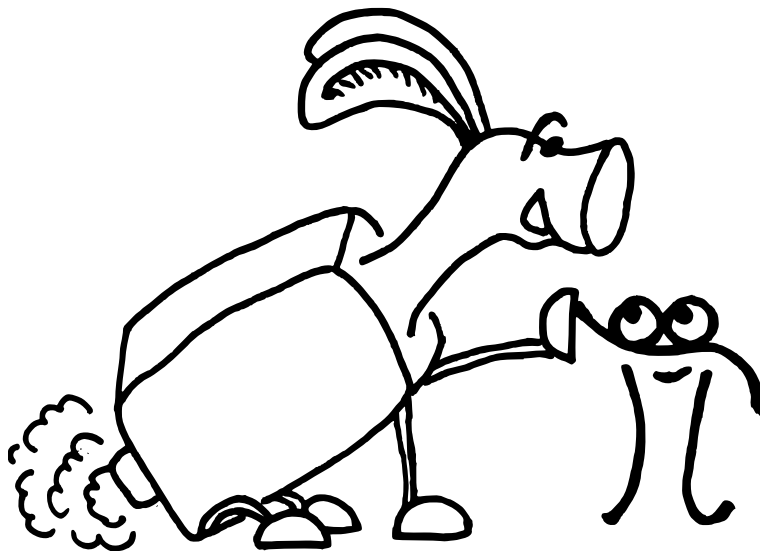
Milí kamarádi,

do rukou se vám právě dostala soutěž Výfuk, kterou organizuje Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze. Pokud vás baví fyzika anebo rádi jen tak přemýšlíte o světě, Výfuk je pro vás to pravé! Pokud byste chtěli zažít kopy zábavy na táboře, hrát si s tekutým dusíkem, poznávat nové lidi se stejnými zájmy a přitom se mnoho naučit, čtěte dál. Dozvíte se, jak Výfuk probíhá, jak se můžete zapojit a co můžete získat. Na konci pak naleznete zadání první ze šesti sérií úloh.

S námi se během školního roku nudit nebudete :-).

Organizátoři

`vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz`



Podzimní setkání řešitelů

Letní tábor

Jarní setkání řešitelů

Proč řešit Výfuk

Úlohy Výfuku se často odlišují od tradičních příkladů, jaké znáte z hodin fyziky. Tyto vás seznámí se zajímavými, netradičními, ale zato velmi poučnými problémy, které vás nebudou nudit. Navíc, kromě dobrého pocitu z vyřešených úloh, nejlepší řešitelé ročníku získají zajímavé věcné ceny: knihy, společenské hry, trička semináře a podobně.

Dále se naši řešitelé mohou účastnit akcí, které budeme v průběhu školního roku pořádat: podzimní a jarní setkání řešitelů a o prázdninách dvoutýdenní letní tábor.

Setkání se může zúčastnit každý řešitel Výfuku. Jedná se o víkendové akce, kdy s námi můžete navštívit různá zajímavá místa, např. vědecká pracoviště, observatoře nebo technická muzea, zahrát si různé hry, ale také se dozvědět něco nového ze světa fyziky.

Na letní tábor budeme zvat jednotlivé řešitele na základě dosažených bodů po 3. sérii Výfuku. Body získané ve 4., 5. a 6. sérii se pak zváží zejména při přerozdělení cen, takže se Výfuk určitě vyplatí řešit celoročně. Na táboře zažijete kopec srandy, zajímavých her, výletů a samozřejmě i řadu užitečných přednášek nejen z fyziky a matematiky. Více informací a fotografie z těchto akcí můžete nalézt na našem webu.¹

I letos se uskuteční týmová soutěž v počítání fyzikálních a matematických příkladů, ale s novým jménem: Náboj junior. Uskuteční se 28. 11. 2014 ve více městech v České republice a na Slovensku. Informace o náboji a registrace týmů proběhne na nových webových stránkách.²



¹<http://vyfuk.mff.cuni.cz/akce>

²<http://junior.naboj.org/>

Jak se stát řešitelem

Není nic snazšího – stačí poslat řešení alespoň jedné úlohy této série. Pokud jste dosud Výfuk neřešili, pošlete nám s řešením i vyplněnou návratku. Samozřejmě je možné se do soutěže zapojit i v průběhu roku a rozhodně není nutné poslat řešení všech sérií.

Řešení lze odevzdávat i elektronicky ve formátu pdf. Podrobnější informace o registraci a samotném odevzdávání řešení hledejte na našem webu.³



.....

Návratka nového řešitele

(pošli spolu s 1. sérií jen, pokud jsi ještě Výfuk neřešil)

Jméno:

e-mail:

Telefon: Telefon na rodiče:

Adresa domů:

Název školy:

Jak ses o Výfuku dozvěděl?

.....

Vyplněním návratky souhlasím se zpracováním osobních údajů v souladu se zákonem č. 101/2000 Sb. o ochraně osobních údajů pro vnitřní potřebu Matematicko-fyzikální fakulty UK za účelem informování o akcích pořádaných MFF UK.

³http://vyfuk.mff.cuni.cz/jak_resit/elektronicka_reseni

Jak Výfuk probíhá

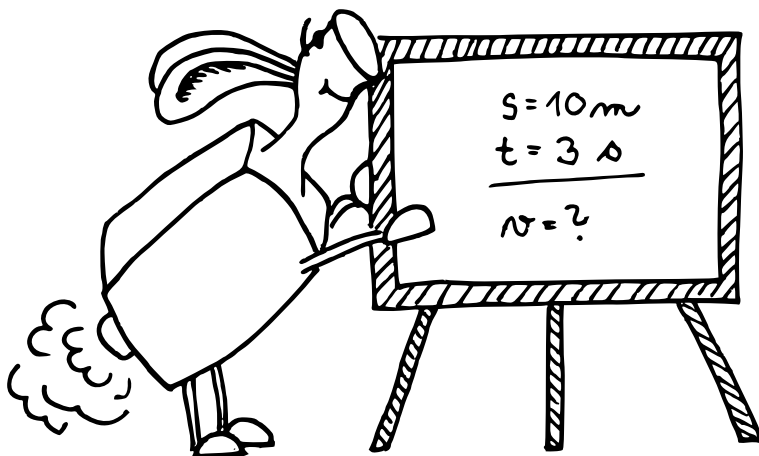
V jednom školním roce má Výfuk šest sérií úloh. V každé sérii je sedm úloh, seřazených zpravidla podle obtížnosti, čemuž odpovídá i jejich bodování.

První úloha je jednoduchá hádanka, která vyžaduje jenom trochu se zamyslet. Úloha je určena pouze pro řešitele kategorií 6. a 7. ročníků. Druhá úloha je matematická, poněvadž jsme přesvědčeni, že se fyzika bez matematiky neobejde. Následují 3 fyzikální úlohy, přičemž poslední z nich, v pořadí pátá úloha, je určena pro ty nejostřílenější. Pokud budete mít zoufalý pocit, že úlohu neumíte vyřešit, nebojte – pravděpodobně jsou na tom stejně i ostatní. Na druhé straně, tato úloha bývá rozdělena do podotázek, můžete se tedy pokusit o vyřešení jedné z nich.

Šestá úloha, označená E, je experimentální. A na konec následuje tzv. *Výfučtení* – naučný text pojednávající o zajímavém fyzikálním nebo matematickém tématu, ke kterému se váže poslední úloha série, označená C.

Každá série má stanovený termín, do kterého je potřeba (ne nutně všechny) úlohy vyřešit a odeslat k opravení. Posílat řešení nám můžete buď klasickou poštou, nebo elektronickým uploadem.

Budeme se snažit o to, aby se vzorová řešení těchto úloh na internetu objevila co nejdříve po uzavření termínu uploadu – nejpozději do konce týdne, kdy bude termín odeslání. Proto si budete moci prakticky okamžitě zkontrolovat, jak jste úlohy vyřešili.



Hodnocení úloh

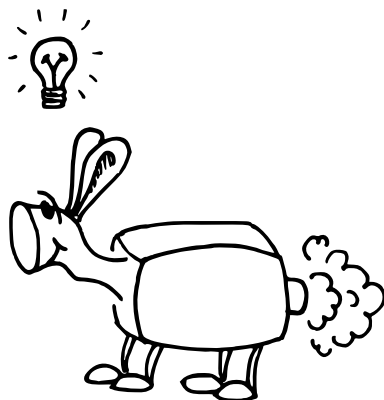
Všechny úlohy, které nám zašlete, opravíme a obodujeme. Za řešení každé z úloh můžete dostat maximálně tolik bodů, kolik je uvedeno v zadání úlohy. Pokud vaše řešení bude obzvláště pěkné, můžete být odměněni malou věcnou cenou. Také pokud se vám bude zdát, že jste si za řešení zasloužili více bodů, než jste získali, pošlete nám řešení zpět s další sérií spolu s komentářem, proč si to myslíte, a my se na úlohu podíváme znovu.

Na základě dosažených bodů vytvoříme po každé sérii pořadí, po třetí sérii pololetní a po šesté sérii finální výsledkovou listinu po jednotlivých ročnících zvlášť (6. až 9. ročník). Tato pořadí najdete na internetových stránkách nejdříve dva týdny po termínu série.

Jak vymyslet kvalitní řešení

Jak vyřešit každou úlohu na plný počet bodů vám asi neporadíme, ale můžeme vám dát několik rad, které by mohly pomoci:

- Přečtete si pořádně zadání. Nepřehlédli jste něco podstatného?
- Ujasněte si, co víte. Nakreslete si obrázky.
- Pokud si opravdu nebudete vědět rady, vezměte si nový list papíru a začněte znovu.
- Nebojte se hledat na internetu, listovat v knihách nebo se zeptat vašeho učitele fyziky.
- Neopisujte! Dvě řešení, která se od sebe liší jen barvou propisky, obvykle hodnotíme nula body. Klidně s kamarády o úlohách mluvíte, ale řešení píšete samostatně.
- V řešení píšete celý postup, ne jen výsledek! Nešetřete slovními komentáři a vysvětleními.
- Povede-li se vám nějaká početní chyba, není to žádná tragédie. Důležitější je, zda-li je správný váš postup.
- Nezapomeňte, že plný počet bodů ze všech úloh má málokdo,⁴ takže má smysl poslat i úlohu, kterou jste nedořešili do konce. Ve vzorovém řešení se pak dozvíte zbytek.



Jak řešení napsat

Každou úlohu vypracujte na *zvláštní* list papíru A4. Na každý list napište hlavičku obsahující jméno, ročník, číslo série a úlohu. Ideální hlavička řešení vypadá takto:

Pato Veliký Gymnázium B. Bolzana Praha Tercie	IV. série, 2. úloha (1. strana ze 3)
-----------------------------------------------------	-----------------------------------------

Posíláte-li řešení elektronicky, platí stejná pravidla. Zvlášť nezapomeňte podepsat každou stránku a výsledný dokument převést do formátu pdf. Krátký návod na psaní řešení na počítači naleznete na našem webu.⁵

⁴Průměrný bodový zisk z úloh je napsaný u vzorových řešení.

⁵http://vyfuk.mff.cuni.cz/jak_resit/elektronicka_reseni



Zadání I. série



Termín uploadu: 21. 10. 2014 20.00

Termín odeslání: 20. 10. 2014

Úloha I.1 ... Nádoby ⑥ ⑦

4 body

Lada si do nově zařízené kuchyně koupila 3 nádoby s objemy 3ℓ , 7ℓ a 9ℓ . Nádoby nemají stupnici. Lada je tedy umí naplnit pouze až po okraj, úplně vylít anebo přelít vodu z jedné nádoby do druhé. Pomozte Ladě a nalezněte způsob, jak si může pomoci těchto nádob odměřit objem 5ℓ .



Úloha I.2 ... Žízeň ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

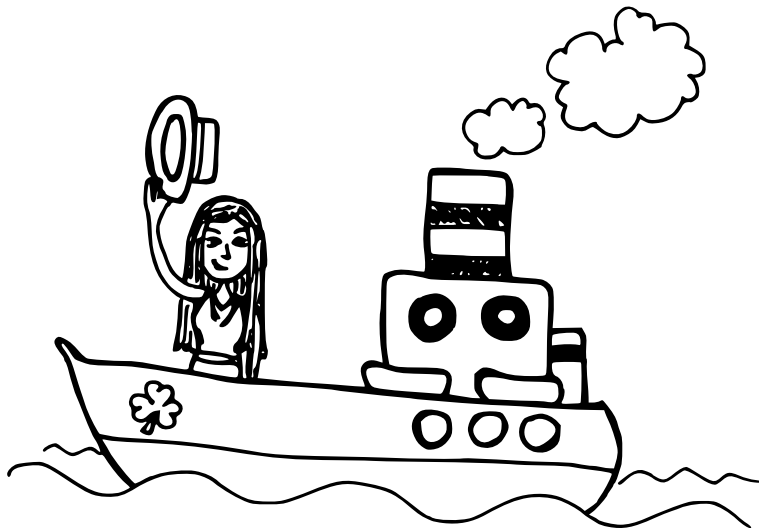
5 bodů

Jakub dostal žízeň, a tak se vydal pro litr džusu a litr Kofoly. Obchod, do kterého vešel, byl ale poněkud divný. Místo cenovek našel Jakub jen nápis: „Za 4 litry Kofoly a 1 litr džusu zaplatíš stejně jako za 1 litr Kofoly a 3 litry džusu. Koupíš-li si ale 4 litry Kofoly, zaplatíš o 24 Kč více, než za 2 litry džusu.“ Jakub samozřejmě hádanku vyřešil a koupil si oba nápoje. Kolik zaplatil u pokladny?

Úloha I.3 ... Parník ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

5 bodů

Radka jela na výlet parníkem z Prahy do Ústí nad Labem a zpátky. Cesta tam Radce trvala 4 hodiny, ale cesta zpět 10 hodin. Radce ihned došlo, že tento rozdíl způsobuje řeka, která teče průměrnou rychlostí $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Spočítejte, jak rychle se vůči vodě pohyboval parník, pokud jeho motory pracovaly celý výlet stejně.



Úloha I.4 ... Temelín ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

7 bodů

Každá ze čtyř chladicích věží v jaderné elektrárně Temelín vyprodukuje 3 000 kg vodní páry za sekundu, která je díky komínovému efektu vyfukována vysoko do atmosféry. Víme, že průměr vrchní části chladicích věží je 80 m. Spočtěte:

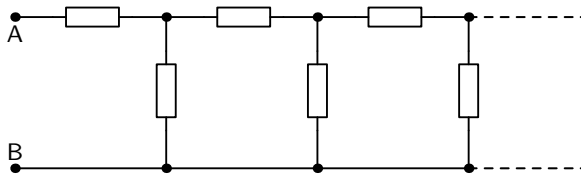
- jaký objem vodní páry vyprodukuje jedna věž za sekundu,
- jakou rychlostí je tato vodní pára vyfukována.

Hodí se vám znalost molární hmotnosti vody, která je $18 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ a dále objem 1 molu vodní páry za běžných podmínek, který činí $22,4 \text{ l}$.

Úloha I.5 ... Spousta rezistorů 6 7 8 9 ☆

8 bodů

Paťo objevil na Matfyzu skříň plnou rezistorů s odpory $1\ \Omega$. Z dlouhé chvíle je začal zapojovat do žebříkového zapojení, viz obrázek. Jedna „buňka“ schématu se skládala ze dvou rezistorů a po každém připojení další buňky Paťo popadl multimetr a změřil odpor svého zapojení mezi body A a B.



- Spočtete odpor 1, 2, 3 a 4-buňkového žebříku.
- Možná jste sami zjistili, že odpor čtyř buněk spočítáme snadno z odporu tří buněk. Nalezněte vztah pro odpor $n + 1$ buňkového zapojení (ozn. R_{n+1}), pokud znáte odpor n buněk R_n .
- Přepište tento vzorec do vhodného tabulkového editoru (např. Excel) a vzorec „roztáhněte“ přes alespoň 50 buněk. Měli byste tak zjistit, k jakému číslu se bude blížit odpor Paťova zapojení pro velký počet buněk. Napište nám tuto hodnotu s přesností na 6 desetinných míst.

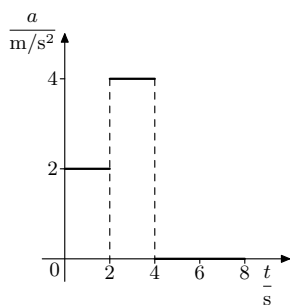
Úloha I.E ... Už to vyteklo? 6 7 8 9

8 bodů

Voda je záhadná kapalina a záhadně i vytéká z nádob. Proto proveďte následující pokus: do dna dvoulitrové PET láhve udělejte malou díрку. Pak změřte čas, za který voda vyteče ven z láhve pro alespoň osm různých počátečních výšek hladin. Naměřené výsledky nakonec zakreslete do grafu závislosti času výtoku na výšce hladiny⁶ a odhadněte, jaká funkce odpovídá naměřeným hodnotám.

Úloha I.C ... Škodovka 6 7 8 9

8 bodů



Šimon si pořídil novou Škodovku a hned s ní vyjel na krátkou testovací jízdu. Výsledkem testu byl graf zobrazující zrychlení nového auta, viz obrázek.

- Spočtete rychlost auta v časech $t_1 = 2\text{ s}$, $t_2 = 4\text{ s}$ a $t_3 = 8\text{ s}$ a výsledky zakreslete do grafu závislosti rychlosti na čase. Graf poté doplňte tak, abyste viděli celý časový průběh rychlosti auta. Prozradíme vám, že rychlost auta v čase $t_0 = 0\text{ s}$ byla $v_0 = 0\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
- Jakou dráhu ujelo auto za první 2 sekundy?
- A jakou dráhu ujelo mezi časy t_1 a t_2 ?
- Jaká byla průměrná rychlost auta během testu?

⁶To znamená, že na x -ové ose bude výška hladiny a na y -ové ose pak čas výtoku.



Výfučtení: Rovnoměrný a zrychlený pohyb

Lidé odpradáva rádii zkoumali, jak rychle se předměty (Země, Měsíc, světlo, ...) pohybují. Nejpřirozenější a také nejjednodušší bylo změřit čas, za který daný předmět urazil nějakou, předem určenou, dráhu. Rychlost pak lze spočítat pomocí vztahu

$$\text{rychlost} = \frac{\text{dráha}}{\text{čas}}.$$

Jednotka rychlosti je tedy jednoduše jednotka dráhy podělená jednotkou času a to je metr za sekundu. V běžném světě je ale oblíbenější jednotka kilometr za hodinu. Mezi těmito jednotkami platí jednoduchý převodní vztah

$$\text{km}\cdot\text{h}^{-1} = \frac{1 \text{ km}}{1 \text{ hod}} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{1}{3,6} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Chceme-li tedy převést $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ na $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, musíme hodnotu rychlosti vydělit konstantou 3,6, v opačném směru zase tímto číslem násobit.

Tato, na první pohled bezchybná metoda se ukázala mnohokrát naprosto nepoužitelná: při měření tzv. vlastních pohybů hvězd jsme nedokázali určit, jakou vzdálenost to vlastně hvězdy urazily; při měření rychlosti světla jsme zase nedokázali změřit kratičký čas, který světlu stačil na uražení prakticky libovolné dráhy.⁷

Druhá nevýhoda této metody spočívá v tom, že měřením na velké dráze změříme pouze *průměrnou* rychlost a nikdy nezjistíme, zda-li se rychlost na námi měřeném úseku dráhy nemění. Říkáte si, že to přece není problém a stačí si jen koupit přesnější stopky a čas měřit na kratším úseku. Jenže potom vzniká otázka, jak krátké by tyto úseky měly být, abychom dostali skutečně přesnou rychlost.

Průměrná vs. okamžitá rychlost

Délka těchto úseků rozhoduje o tom, zda-li se bavíme o průměrné, nebo okamžité rychlosti. Okamžitá rychlost je taková, kterou měříme na velmi krátké (téměř nulové) dráze a o níž předpokládáme, že se na tomto malém úseku nemění. Měřit okamžitou rychlost se nám vyplatí zejména tehdy, když se tato rychlost mění: okamžitou rychlost tedy měří například tachometry v autě.

Naopak, průměrná rychlost je rychlost, kterou vypočítáme jako

$$v_p = \frac{\text{celková dráha}}{\text{celkový čas}}.$$

Pozor, průměrná rychlost *není* průměrem rychlostí. Představme si, že jedeme autem, které se prvních 10 km pohybuje rychlostí $40 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ a dalších 10 km rychlostí $60 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Odpověď, že průměrná rychlost auta je $50 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ ovšem ale není správná. Celková uražená dráha je 20 km, celkový čas je podle vzorce $t = s/v$ rovný

$$t = \frac{10 \text{ km}}{40 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}} + \frac{10 \text{ km}}{60 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}} = \frac{1}{4} \text{ h} + \frac{1}{6} \text{ h} = \frac{5}{12} \text{ h} = 25 \text{ min}.$$

⁷Pro představu: kdyby bylo nitro Země duté, světelnému signálu by stačily pouze 4 setiny vteřiny, aby prošel napříč Zemí.

Průměrná rychlost je tedy

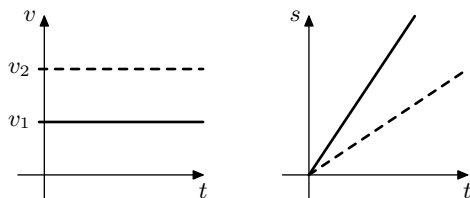
$$v_p = \frac{20 \text{ km}}{\frac{5}{12} \text{ h}} = 48 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

Grafy ураžené dráhy a rychlosti

Hezký a užitečný pohled na různé typy pohybů je s pomocí grafů. Na vodorovnou (x -ovou) osu vynášíme čas a na svislou (y -ovou) osu ujetou dráhu s , okamžitou rychlost v nebo okamžité zrychlení a .

Rovnoměrný pohyb

Rovnoměrný pohyb je takový pohyb, jehož okamžitá rychlost se v čase nemění. Graf rychlosti v čase bude tedy vodorovná přímka, viz obrázek 1. Ujetá dráha v čase bude podle vzorce $s = vt$ jednoduše přímka. To znamená, že za stejný čas ujedeme stejný kus dráhy. Platí, že čím větší rychlost, tím je přímka ujeté dráhy *strmější*. Tato vlastnost vyplývá přímo ze vzorečku pro dráhu, ale lze ji odvodit i logicky: při vyšší rychlosti ujedeme za stejný čas větší dráhu, a to lze docílit jen tak, že přímka v grafu ujeté dráhy bude strmější.



Obr. 1: Graf rychlosti a dráhy pro rovnoměrný pohyb pro dvě různé hodnoty rychlosti

Všimněme si, že ураžená dráha s_1 po čase t_1 se spočítá jako $s_1 = vt_1$. Součin vt_1 je ale také obsah obdélníka, který vytíná osa x , osa y , graf rychlosti v (vodorovná čára) a svislá čára vedená z bodu t_1 . Pro rovnoměrný pohyb tedy platí, že ураžená dráha je rovna obsahu obdélníka, který vytíná graf rychlosti, osy grafu a svislá čára vedená bodem t_1 .

Zrychlený pohyb

Jak jsme již řekli, pro zrychlený pohyb je i rychlost proměnná veličina. To, jak velmi se rychlost mění, charakterizuje jiná fyzikální veličina, zrychlení. To typicky označujeme písmenem a a jednotkou zrychlení je jednotka rychlosti $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ vydělená jednotkou času: jednotka zrychlení je tedy $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Pokud platí, že zrychlení se v čase nemění, pohyb nazýváme *rovnoměrně zrychlený*. Graf rychlosti je, stejně jako graf dráhy pro rovnoměrný pohyb, přímka. Často ale není rychlost v čase $t_0 = 0 \text{ s}$ nulová, a proto přímka protíná y -ovou osu v počáteční rychlosti v_0 . Rychlost v čase t tedy spočítáme opět podobně jako dráhu pro rovnoměrný pohyb

$$v = at + v_0.$$

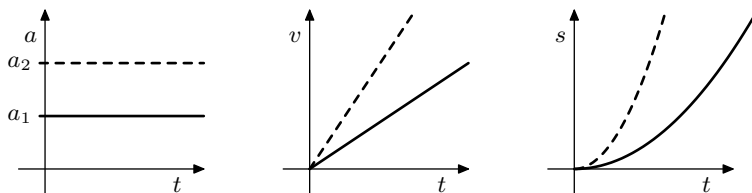
Jak v takovém případě dostaneme graf ураžené dráhy? Jednoduše si řekneme, že i zde platí, že tato *dráha je rovna ploše pod grafem rychlosti*. Důvodem je to, že šikmý průběh rychlosti si

v prvním přiblížení umíme představit jako „schody“, tedy úseky rovnoměrného pohybu. Pro ně je ale zřejmé, že trik s plochou pod grafem platí. Uděláme-li schody velmi jemné, dostaneme zpátky šikmý průběh rychlosti, pro který ale umíme trik použít. Stejný postup lze použít na všechny myslitelné průběhy rychlostí, tedy toto pravidlo platí vždy a je velmi užitečné si ho zapamatovat.

Spočítat plochu vzniklého útvaru (lichoběžníka – nakreslete si obrázek) není ale vůbec těžké. Jednoduše si útvar rozdělíme na obdélník se stranami v_0 a t a pravouhlý trojúhelník s odvěsnami t a at (z posledního vzorečku). Obsah obdélníka je snadný, pro pravouhlý trojúhelník platí, že jeho obsah je polovina ze součinu odvěsen. Tedy uražená dráha je

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at \cdot t = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t.$$

Někteří z vás již jistě vědí, že graf funkce obsahující člen t^2 má tvar paraboly, tedy i časová závislost uražené dráhy má tvar paraboly, viz obrázek 2.



Obr. 2: Grafy pro rovnoměrně zrychlený pohyb pro dvě různé hodnoty zrychlení

Na co si dát pozor

Síla grafů spočívá v tom, že i komplikovaný pohyb si lze jednoduše zakreslit do obrázků a hledání celkové uražené dráhy se pak mění na snadnou geometrii.

Nicméně, existuje několik situací, na které si při kreslení grafů třeba dát pozor. Například je nutné, aby získaný graf byl časovým grafem, tj. na x -ové ose musí být čas. Jinak by vypočítané plochy neměly žádný fyzikální význam.

Když se „skokem“ mění rychlost,⁸ křivka dráhy je stále spojitá (tedy je to stále jedna čára).

Spočítat uraženou dráhu lze i pro určitý časový úsek. Útvar, jehož obsah je uražená dráha, musí být ovšem správně ohraničen a musí sahát až po osu x , a to je věc, na kterou se často zapomíná. Snadno umíme určit i průměrnou rychlost libovolného úseku. Uraženou dráhu jednoduše vydělíme časem, během kterého jsme dráhu počítali.

Závěr

V tomto Výfučení jsme si jednoduše odvodili dva vzorečky pro rovnoměrně zrychlený pohyb. Ano, pouze dva vzorečky a selský rozum stačí k řešení úloh se zrychlením. Pak jsme si ukázali, že stejně dobrá metoda je i počítání obsahů pod časovým grafem rychlosti. Záhadná kinematika se tak mění na příjemnou geometrii. Zjistili jsme tedy, že i zrychlený pohyb není vůbec těžký a není důvod se ho bát.

⁸To sice není fyzikálně možné (skok v rychlosti by znamenal nekonečné zrychlení), ale většinou je tento čas změny rychlosti velmi malý a proto zanedbatelný.



Korespondenční seminář Výfuk
UK v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: <http://vyfuk.mff.cuni.cz>
e-mail: vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz

Výfuk je také na Facebooku 
<http://www.facebook.com/ksvyfuk>

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.