Hokus Pokus

aneb Jak na experimentální úlohy

(zkrácená verze)

září 2020

Byť si v dnešní době většina lidí pod fyzikou představí tabule popsané vzorci, které se týkají nějakého složitého teoretického modelu, v počátku této vědy stálo něco úplně jiného – experiment. Ještě před prvními vzorci lidé zjistili, že věci padají k zemi, jak funguje páka nebo že třením vzniká teplo, a to ryze experimentálně.

Ve Výfuku nechceme tento prastarý a nesmírně důležitý experimentátorský aspekt fyziky a poznání samotného opomenout, a proto jsme kromě zadání úloh a textů Výfučtení sestavili návod, který si klade za cíl vás seznámit s tím, jak správně zhotovit a provést experiment, avšak podle měřítek dnešní doby. Naleznete jej v plné verzi na našich stránkách.[1] Nyní čtete jeho zkrácenou verzi, jakýsi tahák do kapsy sloužící ke shrnutí všech důležitých pojmů. Pro lepší pochopení uvedených pojmů a úvod do experimentování jako takového je určen právě kompletní text.

Doufáme, že vám tímto můžeme pomoci si v případě potřeby připomenout vše důležité k experimentování. Pokud máte nějaké dotazy ať už k tomuto textu, jeho celé verzi nebo fyzice obecně, neváhejte je směřovat na: `vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz`

Jak členit text?

Váš zápis řešení experimentální úlohy, tzv. *protokol z experimentu*, by měl obsahovat určité informace, např. co měříte, jak to měříte atd. Je na vás, jak se rozhodnete je do textu napsat, my silně doporučujeme zápis členit do přehledných částí podle daných témat. Obvykle jde o následující témata, které můžete i stejně pojmenovat (poté přejdeme ke konkrétnějším radám do zpracování experimentu a údajů při něm zjištěných):

- *Teoretický úvod* — Na začátek je třeba uvést *cíl* vašeho měření. Můžete například zjišťovat, jestli měřený most dokáže vydržet běžný provoz aut. Dále byste měli uvést *měřenou veličinu* – v příkladu mostu byste mohli měřit jeho maximální nosnost. Dále jakým *způsobem* danou veličinu změříte a potřebnou *teorii s použitými vzorci*. V případě mostu byste jeho maximální nosnost mohli měřit tím, že byste na něj pokládali stále těžší a těžší závaží, dokud by se nezbortil, přičemž byste využili např. vzorec gravitační síly $F_\mathrm{g} = mg$.
- *Experiment* — Do této kategorie patří *pomůcky*, které při měření využíváte, *popis* aparatury, případně její fotka či nákres. Dále byste měli zmínit *okolnosti* prováděného měření, i když jen ty, které mohou mít na výsledky vliv (teplota, tlak, vlhkost, čas, místo. . .). Tyto všechny údaje slouží k tomu, aby kdokoliv mohl vaše měření zopakovat a dostat stejný výsledek (měření při stejných podmínkách by mělo přinést stejné výsledky). Pokud například měříte nosnost mostu za silného větru, dostanete jiné výsledky než za bezvětří.[2]

[1] `https://vyfuk.mff.cuni.cz/rady_a_tipy/hokus_pokus`
[2] Video: `https://www.aldebaran.cz/animace/Phy_Tacoma.avi`

- *Zpracování měření* — Do této kapitoly sepište vaše *naměřená data* v přehledné podobě tabulky a případně grafu. Tato data dále upravte, abyste se dobrali k výsledkům měření. Při měření každé veličiny byste měli naměřit dostatek hodnot nebo jiným způsobem zvýšit vaši přesnost – čím více, tím přesnější výsledek dostanete. Pro získání výsledku stačí udělat aritmetický průměr všech naměřených/dopočtených hodnot. Důležité je však také *vyhodnocení nejistot* (viz dále pro vysvětlení pojmu nejistoty) vašeho měření nebo alespoň komentář k tomu, jak přesný je každý váš údaj v průběhu celého měření.
- *Závěr* — Měl by obsahovat konečný *výsledek měření*. Celá tato sekce slouží k tomu, abyste *zhodnotili*, jestli se vám podařilo naplnit cíl měření. Závěrem také neuškodí úvahy o tom, jakým způsobem váš postup vylepšit, aby příště mohlo být dosaženo lepšího výsledku a také co vše vám při měření vaši přesnost ovlivnilo. Pokud máte k dispozici např. *tabulkové hodnoty* měřených údajů, zde je vhodné místo pro porovnání, a zda se (v ideálním případě) tabulkové hodnoty vejdou do rozmezí vašeho výsledku.

Co je to přímé a nepřímé měření?

V *přímém* měření použiji měřicí přístroj nebo vlastní smysly k tomu, abych okamžitě zjistil nějakou číselnou hodnotu nějaké veličiny. Tento výsledek pak mohu použít pro výpočet výsledků tzv. *nepřímých* měření. Jejich výsledky jsou totiž určovány nějakým výpočtem či jiným postupem, do kterého však na začátku musí vstupovat původní výsledky dílčích přímých měření. Někdy je úkolem jedno a většinou to druhé. Určování *závislostí* mezi měření nepočítáme, ale v úlohách mohou být zadávány, protože se bez nich experimentátor často neobejde.

Co jsou to nejistota, chyba, odchylka a další?

Mimo pojmu (ne)přesnost jsou to vše dobře dané číselné veličiny. Pro nějakou měřenou veličinu x si uveďme i jejich značení:

- *Skutečná hodnota* – zjišťovaná hodnota, kterou neznáme. Vzhledem k tomu, že žádné měření není dokonale přesné, nemůžeme ji nikdy úplně určit.
- *Pravděpodobná hodnota* – číslo, které dostaneme průměrem našich jednotlivých měření a které by teoreticky mělo být blízko ke skutečné hodnotě, značíme $\langle x \rangle$ nebo $\bar{x}$.
- *Chyba* – rozdíl mezi pravděpodobnou a skutečnou hodnotou. Často se zaměňuje s nejistotou a matematicky s ní zacházíme stejně, ale její přesnou hodnotu pro jedno měření také nemůžeme nikdy určit, protože nelze určit ani hodnotu skutečnou (což však nemusí být v praktickém životě problém, pokud naši přesnost omezíme a naše výsledky budeme zaokrouhlovat).
- *Nejistota* – tak, jako se pravděpodobná chyba přibližuje ke skutečné, se nejistota (značená účkem: u_x, vždy kladné číslo) přibližuje k chybě. Jde o náš číselný odhad toho, jak daleko se může nacházet pravděpodobná hodnota od skutečné, a tedy jak velká je pravděpodobně naše chyba. Čím větší je, tím méně přesné je naše měření (což u chyby chápeme intuitivně). Existuje mnoho různých definic nejistoty podle účelu, a vy budete používat některé z nich. V dalších kapitolách.

- *Odchylka* – obvykle je tím míněna tzv. směrodatná odchylka (značená řeckou sigmou: σ_x), která je jednou z definic nejistoty. Je často používána a níže si o ní řekneme více.
- *Hrubá chyba* – hodnota, která se hodně odchyluje od pravděpodobné hodnoty, i když ostatní naměřené hodnoty ne, což se při měření občas stává. Obvykle není špatně takovou hodnotu vyřadit ze záznamu a pravděpodobnou hodnotu i nejistotu nově vypočítat ze zbylých hodnot.

Jak mám zapsat výsledek měření?

Ve značení předešlé kapitoly výsledek vypadá vždy takto (včetně kulatých závorek):

$$x = (\langle x \rangle \pm u_x)\ [x],\ \text{např. } v = (10{,}0 \pm 0{,}1)\ \mathrm{m/s}\,,$$

kde $[x]$ značí jednotku veličiny (tu už ale do hranatých závorek nemáme důvod dávat), která se musí vždy uvádět. Kulaté závorky nám říkají, že jednotka se týká obou čísel uvnitř. Pravděpodobnou hodnotu i nejistotu zásadně zaokrouhlujeme na stejné desetinné místo, ale nejistotu vždy nahoru, protože je lepší svou přesnost podceňovat než přeceňovat.

Jaké druhy nejistoty mám používat?

To záleží na tom, jestli je vaše měření přímé, nebo nepřímé a také, co od vašich výsledků očekáváte.

- U přímých měření je nejistota často popsána na samotných měřicích přístrojích (*systematická nejistota*). Pokud ne, není špatně brát, že nejistota našeho výsledku je rovna polovině velikosti nejmenšího dílku stupnice daného přístroje. U ručně prováděných časových měření, je zase náš vlastní postřeh mnohem méně přesný, než jsou samotné stopky. V tom případě často odhadujeme nejistotu času jako reakční čas kolem 0,2 s.
- Nejistotu veličiny a, kterou získáváme aritmetickým průměrem z n různých čísel a_i, které však každé má přesně stejnou nejistotu u_A, definujeme jako tzv. *nejistotu aritmetického průměru* a obvykle ji počítáme:

  $$u_a = \frac{u_\mathrm{A}}{\sqrt{n}}\,.$$

  Využijeme ji třeba při měření průměru koule: ten určíme alespoň ve třech osách, a tak dostaneme 3 hodnoty se stejnou nejistotou, protože použijeme stejného přístroje s konstantní systematickou nejistotou. Pravděpodobná hodnota je dána průměrem a nejistota výše uvedeným vzorcem.
- Pokud provádíme větší počet měření stejnou metodou, vliv nejistot každého jednotlivého údaje se často může zanedbat a nejistotu výsledku určujeme statisticky. Tehdy je obvyklá definice nejistoty jako tzv. *směrodatné odchylky.* Její důležitou vlastností je, že se s větším počtem měření zmenšuje:

  $$\sigma_a = \sqrt{\frac{(a_1 - \langle a \rangle)^2 + (a_2 - \langle a \rangle)^2 + \cdots + (a_n - \langle a \rangle)^2}{n(n-1)}}\,.$$

- *Absolutní odchylku* Δa volíme při malém počtu měření, kdy není z rozložení hodnot poznat, kde by mohla ležet pravděpodobná hodnota. Při větším počtu měření se hodnota absolutní odchylky na rozdíl od směrodatné odchylky ustaluje k nějaké nenulové hodnotě. Jde o jednoduchý průměr vzdáleností všech hodnot od pravděpodobné.

$$\Delta a = \frac{|a_1 - \langle a\rangle| + |a_2 - \langle a\rangle| + \cdots + |a_n - \langle a\rangle|}{n}$$

- Nakonec v případě nepřímých měření, kdy je výsledek určen výpočtem, je třeba znát či umět odvodit vzorce pro určení nejistoty takové veličiny, která může záviset jak na pravděpodobných hodnotách vstupních veličin, tak jejich nejistotách. Obvykle stačí používat následující jednoduchá pravidla:
  - Nejistota součtu nebo rozdílu veličin je vždy součtem jejich nejistot.
  - Při násobení či dělení veličin se jejich *relativní nejistota* (podíl nejistoty a pravděpodobné hodnoty, obvykle uváděný v procentech) sečte:

    $$\frac{u_{a\cdot b}}{\langle a\cdot b\rangle} = \frac{u_{a/b}}{\langle a/b\rangle} = \frac{u_a}{\langle a\rangle} + \frac{u_b}{\langle b\rangle}\,.$$

    Všimněte si, že z hodnoty relativní nejistoty (celého zlomku) můžete zase zpětně snadno získat normální nejistotu. *Poznámka:* Pokud náhodou násobíte 3 veličiny, jako například při výpočtu objemu ze tří naměřených rozměrů, můžete počítat relativní nejistotu objemu prostě jako součet tří zlomků namísto dvou.
  - Při mocnění se relativní chyba vynásobí exponentem (všimněte si, že to plyne ze vzorce pro součin výše).
  - Při násobení číslem (bez nejistoty) se tímto číslem násobí i nejistota. Typicky jde o dělení počtem měření, kdy tímto číslem je hodnota $1/n$.

Zásady pro tvorbu grafu

- Musí být jasné, které ose odpovídá která veličina a také v jakých jednotkách je každá veličina vyjádřena – v těchto jednotkách poté musí být i číslování os. Nezávislá proměnná je vždy na vodorovné ose.
- Popisky os grafu by měly být jednoznačně umístěny tak, aby bylo zřejmé, ke které z os se vztahují (například v levém dolním rohu obvykle začínají obě osy, proto jde o nevhodné místo).
- Hustota dílků (a jejich popisků) by měla být přiměřená a zrovna tak zvolené meze. Pokud například měříme po stále stejném narůstajícím množství nějaké veličiny, není často důvod na vodorovné ose dělat více značek, než je bodů grafu. Stejně tak by bylo nevhodné osy prodloužit výrazně přes meze, které v závislé i nezávislé proměnné zabírají naměřené hodnoty. Měly by rovnoměrně pokrývat plochu grafu a nevytvářet nevyužité místo či tak zbytečně zhoršovat čitelnost.
- Datové body (výsledky měření) jsou správně výrazné, nejlépe barevně odlišené.