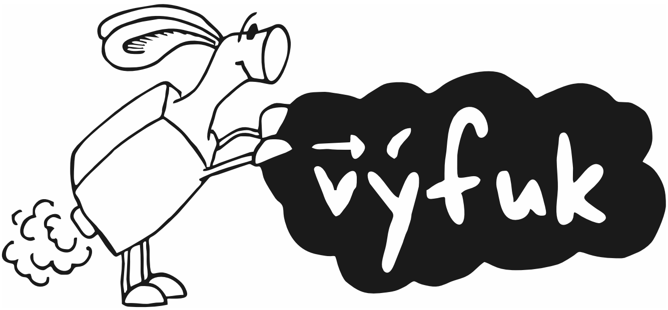


výpočty fyzikálních úkolů

Milí kamarádi,

v rukou držíte zadání první série již jedenáctého ročníku korespondenčního semináře Výfuk (Výpočty fyzikálních úkolů). Výfuk je soutěž pro žáky druhého stupně základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií. Soutěž se skládá z šesti sérií, které vydáváme v průběhu roku. Každá série obsahuje jednu jednoduchou úlohu pro žáky šestých a sedmých tříd, jednu matematickou úlohu, dvě netradiční fyzikální úlohy, jednu náročnější úlohu s návodnými kroky, experimentální úlohu a úlohu týkající se naučného textu, Výfučtení. Ten vydáváme s každou sérií, jeho autory jsou organizátoři semináře a snaží se představit nějakou zajímavou část fyziky nebo tipy k řešení úloh.

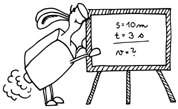
Kromě úloh se ve Výfuku můžete těšit i na akce, které pořádáme během roku. Jedná se o letní tábor, který trvá dva týdny během letních prázdnin a na který zveme podle výsledků ve Výfuku, o dvě setkání, která budeme, pokud to situace dovolí, pořádat prezenčně na podzim v Praze a na jaře v nějakém jiném městě v České republice. Kromě toho budeme po loňském úspěchu pořádat i online akci, Výfučí Kyberkoncil, která bude na našem Discordu online, aby umožnila účast i bez cestování.

Za řešení Výfuku můžete získat také množství zajímavých cen, jako jsou knihy, společenské hry nebo propagační předměty Výfuku. Také pokračuje průběžná motivační soutěž, *Výfučí bingo*, v níž přibylo několik nových tabulek, jejichž splněním můžete získat uvedenou cenu. Za splněnou se tabulka považuje, když je zaškrtnutý alespoň jeden úkol v každém řádku a sloupci. Vyškrtanou tabulku nám zašlete poštou nebo mailem na `vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz` a my vám co nejdříve zašleme ceny.

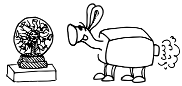
Doufáme, že tě Výfuk zaujal a že se pustíš do řešení a uvidíme se na nějaké akci.

Organizátoři
`vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz`

matfyz



Zadání I. série



Termín odeslání: 18. 10. 2021 20.00

Úloha I.1 ... Sedimentace ❻ ❼ — 5 bodů

Vezměte si sklenici horké a studené vody a v každé z nich rozmíchejte dvě lžíce hlíny. Ve které sklenici se usadí kal dříve a jak dlouho to bude trvat? Kromě doby usazení nezapomeňte uvést i všechny relevantní údaje jako např. množství hlíny či nejistotu měření. Dokážete pro pozorovaný rozdíl nalézt fyzikální zdůvodnění?

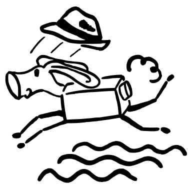
Úloha I.2 ... Setkání organizátorů ❻ ❼ ❽ ❾ — 5 bodů

Organizátoři Výfuku se rozhodli, že se sejdou, aby vymysleli nové úlohy. Každý z nich měl ale specifické podmínky své účasti:

- Eva přijde právě tehdy, když dorazí i Lubor s Kájou.
- Lubor ale nemá rád moc lidí a dorazí, jen pokud se neobjeví Jindra.
- Kája se dostaví, pokud dorazí Marco nebo Kačka.
- Kačka přijde, když se zúčastní aspoň čtyři další lidé.
- Jindra schůzku navštíví, jestliže dorazí i Kačka a zároveň nepřijde Marco.
- Viktor se zúčastní pouze tehdy, když nepřijde Jindra ani Kája.
- Marco přijde, pokud se zúčastní aspoň 2 organizátorky.

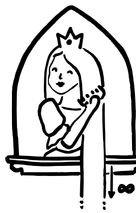
Určete, kolik nejvíce organizátorů na setkání dorazí.

Úloha I.3 ... Výfučkův klobouk ❻ ❼ ❽ ❾ — 6 bodů



Výfuček šel se svými kamarády na procházku do lesa, byl jí ale tak nadšený, že běžel dvakrát rychleji než jeho kamarádi. Po půl hodině musel přeskočit přes potok, byl ale neopatrný, a tak mu do něj spadl klobouk. Potok začal klobouk unášet v opačném směru, než šel Výfuček, ten se však nestrachoval, protože věděl, že jeho přátelé jdou podél potoka a klobouk chytí. Za jak dlouho od začátku cesty přátelé chytí klobouk, když víme, že rychlost potoka je $20\,\mathrm{km/h}$, což je právě čtyřikrát víc než rychlost přátel? Jaká je rychlost Výfučka?

Úloha I.4 ... Princezna Zlatovláska ❻ ❼ ❽ ❾ — 6 bodů



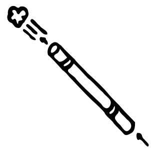
Princezna Zlatovláska se rozhodla, že si nechá narůst co nejdelší zlaté vlasy. Jelikož je ale znalá vlastností materiálů, přemýšlela nad tím, jak maximálně dlouhé je může mít, aby se jí při spuštění z okna věže nepřetrhly vlastní vahou. Předpokládejme, že princezna má dostatečně pevný krk a kůži k udržení celkové hmotnosti svých vlasů a dostatečně vysokou věž, ze které může vlasy spouštět. Vlas má průměr $20\,\mathrm{\mu m}$, zlato má mez pevnosti v tahu $100\,\mathrm{MPa}$ a jeho hustota je $19{,}3\,\mathrm{g\cdot cm^{-3}}$. Pomozte princezně Zlatovlásce určit maximální možnou délku vlasů.

Úloha I.5 ... Luborovi není zima ❻ ❼ ❽ ❾ ★ 7 bodů

Luborovi byla poté, co vylezl z bazénu, trochu zima, i přestože měla voda přijatelnou teplotu, a tak se rozhodl, že se trochu ohřeje na slunci. Aby se nenudil, začal počítat, jak rychle se bude ohřívat.

1. Ihned si uvědomil, že ze všeho nejdříve bude muset spočítat intenzitu záření ve $\mathrm{W \cdot m^{-2}}$, která na povrch Země, a tedy i na jeho tělo, dopadá. K jaké hodnotě by měl dojít? Zářivý výkon Slunce a další potřebné hodnoty si vyhledejte, výsledek uveďte s přesností na tři platné cifry.
2. Poté si ale uvědomil, že aby byl schopný dojít k nějakému výsledku, bude muset provést několik aproximací. Rozhodl se, že by své tělo mohl aproximovat jako kvádr o rozměrech $175 \times 30{,}0 \times 13{,}0\,\mathrm{cm}$, na jehož největší stěně leží a na protilehlou stěnu tak dopadá sluneční záření. Za jak dlouho se jeho tělo ohřeje o $\Delta T = 1{,}00\,\mathrm{K}$, pokud uvažujeme, že má hustotu i měrnou tepelnou kapacitu stejnou jako voda a že se bude ohřívat najednou a nebude ztrácet teplo do okolí? Také předpokládejte, že sluneční paprsky na Luborovo tělo dopadají kolmo.
3. Za jak dlouhou dobu by se tělo takto ohřálo na bod varu, pokud by mělo na počátku normální teplotu lidského těla, tedy $36{,}5\,\mathrm{°C}$? Naplnily by se v tu chvíli Luborovy obavy, že mu v žilách začne vřít krev?

Úloha I.E ... Foukačka ❻ ❼ ❽ ❾ 7 bodů



Vyrobte si z brčka nebo trubky foukací zbraň a co nejpřesněji ji popište včetně důležitých parametrů (můžete doplnit i fotografií či nákresem). Změřte, jak daleko s takovou zbraní dostřelíte projektil vyrobený ze zmuchlaného kusu papírového ubrousku nebo kapesníku – snažte se dostřel maximalizovat. Na jakých vlastnostech projektilu dostřel závisí? Nezapomeňte uvést nejistoty měření relevantních veličin.

Úloha I.V ... Olympiáda ❻ ❼ ❽ ❾ 7 bodů

Výfuček sledoval olympiádu a udivovaly ho výkony, které podávali nejrůznější sportovci. Ještě zajímavější mu však připadalo, s jakou jistotou a přesností pracovali rozhodčí a personál zajišťující závody, obzvlášť ve sprintu na sto metrů.

1. Jeden z běžců uběhl trať o délce $l = (100 \pm 0{,}5)\,\mathrm{m}$ za čas $t = (10{,}230 \pm 0{,}005)\,\mathrm{s}$. Jaká byla jeho průměrná rychlost? Uveďte ve správném tvaru se správným počtem platných cifer.

Výfuček si dále říkal, jaká je škoda, že běžci na sto metrů běží jen jednou. Někomu se totiž může stát, že špatně vystartuje a je pomalejší, někdo může mít příznivý vítr a být tak rychlejší. Řekl si, že kdyby se mělo určit, který ze sprinterů je nejlepší, možná by bylo spravedlivější je měřit vícekrát.

2. Představte si tedy, že dva běžci běží závod na sto metrů desetkrát za sebou a měříme jejich časy t (první běžec) a T (druhý běžec). Za pomocí směrodatné odchylky můžeme vypočítat náhodnou nejistotu $\Delta t_1 = 0{,}05\,\mathrm{s}$, resp. $\Delta T_1 = 0{,}5\,\mathrm{s}$, která zohledňuje, že pokaždé zaběhnou jiný čas. Dále jejich časy měříme přístrojem s přístrojovou chybou $\Delta t_2 = \Delta T_2 = 0{,}05\,\mathrm{s}$. Běžci naběhali průměrné časy $\bar{t} = 10{,}1\,\mathrm{s}$ a $\overline{T} = 10{,}2\,\mathrm{s}$. Spočtěte nejistotu času obou běžců a napište časy závodníků ve správném zápisu. Který ze závodníků by podle vás měl být označen jako lepší běžec?

Výfučtení: Zanedbávání a zaokrouhlování

Úvod

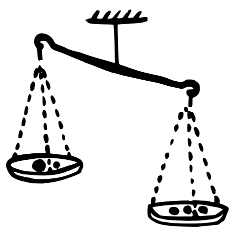
Fyzika nám k popisu světa nabízí různé objekty s vlastnostmi, jako např. hmotný bod s hmotností, tuhé těleso s délkou či elektrický obvod s odporem. Aby však měl náš popis smysl, musíme ho umět propojit s realitou. Toto propojení děláme měřením, kdy pomocí měřicích přístrojů určujeme hodnotu veličiny. V tomto Výfučtení se budeme věnovat právě tomuto procesu – přesunu od měření nějaké fyzikální veličiny v terénu do použití hodnot v teoretických výpočtech. Uvidíme, že tento přenos s sebou nese mnoho různých typů chyb, nicméně správné zacházení s nimi nám zajistí solidní a ověřitelnou teorii.

Fyzikální měření

Abychom pochopili, jakou roli hraje *měření* v rámci fyziky, představme si příklad: měříme svou hmotnost. V praxi to probíhá tak, že si stoupneme na váhu a ta nám ukáže číslo. Číslo zobrazené na váze reprezentuje počet kilogramů, naši hmotnost. Z fyzikální perspektivy máme *veličinu* hmotnost (naši váhu) m a určili jsme její hodnotu.

Ale co přesně znamená určit hodnotu nějaké veličiny? Ve fyzice máme mnoho různých veličin, krom hmotnosti např. délku či čas, a ty mají různé *rozměry*. Přesněji řečeno délka, čas a hmotnost jsou rozměry, ale pozorovatelné veličiny jsou např. doba života, délka lavice či hmotnost rajčete. Rozměr[1] určuje jakýsi „druh“ jednotky. Jednotky, které mají různý rozměr, spolu nelze porovnat, poněvadž by to nedávalo smysl.[2]

Jednotky se stejným rozměrem můžeme porovnat, a to tak, že máme-li např. dvě hmotnosti m_1 a m_2, můžeme říci, jestli $m_1 > m_2$, $m_1 = m_2$, nebo $m_1 < m_2$ (říkáme např. dvě rajčata jsou stejně těžká). Toto je jediná operace, kterou můžeme v reálném světě u dvou veličin stejného rozměru provést, abychom je rozlišili. Dále můžeme dvě jednotky „zkombinovat“ tak, že je vynásobíme nebo vydělíme, a tím vytvoříme jinou jednotku s jiným rozměrem, např. rychlost v s rozměrem m/s.



Porovnání dvou veličin se stejným rozměrem probíhá pomocí přístrojů jako např. dvouramenná váha, na kterých můžeme jasně vidět, která ze dvou hmotností je vyšší. V běžném světě však dvouramenné váhy spíše nepoužíváme, místo toho určujeme rovnou, „jakou hodnotu veličina má“. Není to v rozporu s předchozím tvrzením, že můžeme dvě veličiny pouze porovnávat? K rozřešení tohoto paradoxu je třeba představit *fyzikální jednotky.*

Pro pohodlnost zavádíme soustavu jednotek, která definuje jisté základní rozměry. V každém základním rozměru pak definuje jednu veličinu jako tzv. *etalon* a my vyjadřujeme své veličiny pomocí násobku tohoto etalonu. Např. nejznámější mezinárodní soustava SI dlouho definovala hmotnost jednoho kilogramu jako hmotnost

[1] V tomto Výfučtení budeme uvažovat pouze skalární veličiny.

[2] Asi stejně jako nedává smysl otázka „Kolik nohou má přísudek?“.

jednoho platinum-iridiového válce. Když tedy váha ukázala, že vážíme např. $m_\mathrm{v} = 50{,}4\,\mathrm{kg}$, měli jsme na mysli, že máme hmotnost 50,4krát větší než onen etalon kilogramu.[3]

Různá soustava jednotek považuje různé veličiny za základní nebo odvozené. Např. si lze představit soustavu, kde by rychlost byla základní a čas by se odvozoval pomocí vzdálenosti jako s/v.

Chyba měření a ověřitelnost

Ne vždy se nám však podaří dvě veličiny správně porovnat. Např. se může stát, že používáme dvouramenné váhy, které jsou zrezlé, a tak jsou trochu zadrhlé. Položíme na ně tedy dvě závaží o hmotnostech m_1 a $m_2 > m_1$, ale váhy ukáží $m_1 = m_2$. V takovém případě se dopustíme chyby. Můžeme také podobným způsobem říci, že m_1 je nějaký násobek kilogramu, ale skutečnost bude odlišná.

Vypořádání se s tím, zda naše měření odpovídají realitě, nám nabízí filozof Karl Popper, který značně přispěl k rozvoji *vědecké metody*, jak ji známe a používáme dnes. Podle něj musí být měření *ověřitelné* a *falzifikovatelné*. Tedy za prvé, musí existovat možnost, jak měření zopakovat za stejných experimentálních podmínek, a pak bychom měli dostat ten samý výsledek. Za druhé, výsledek měření musíme být schopni vyvrátit – máme-li totiž tvrzení, které nelze vyvrátit, je vždy pravdivé. Jednalo by se tedy o tautologii a nepřinášela by žádnou novou informaci.

Oba tyto požadavky jsou splněny za pomocí *teorie chyb*. Přiznáme, že v každém provedeném měření se vyskytla nějaká chyba, a že náš výsledek není úplně přesný. V každém měření tedy řekneme nejen, k jaké hodnotě veličiny jsme se dopracovali, ale sdělíme také *nejistotu*, neboli odhad chyby. Chybu našeho měření totiž nikdy neznáme, můžeme ji však odhadnout a vyjádřit jako míru toho, jak moc je náš výsledek asi nepřesný. Tuto míru právě označujeme jako nejistotu. V případě váhy tak píšeme např. $m = (50{,}4 \pm 0{,}1)\,\mathrm{kg}$, čímž myslíme, že skutečná hmotnost se nejspíše nachází v intervalu 50,3 kg až 50,5 kg. Tomuto intervalu se říká *interval spolehlivosti*.

Požadavek ověřitelnosti je splněn, pokud dostatečně dobře popíšeme naše experimentální uspořádání. Lze ho pak replikovat a nejen to. Úplné okopírování měřící soustavy je totiž nemožné, místo toho se většinou udělá téměř stejné uspořádání, ale s trochu jinými přístroji. Dostaneme jinou nejistotu, ale oba intervaly výsledku by se měly shodovat. Pokud tedy vezmeme dvě různé váhy a změříme svou hmotnost dvakrát za sebou, nejspíš dostaneme dvě jiné hodnoty, ale intervaly spolehlivosti by se měly překrývat.

Požadavek na falzifikovatelnost je rovněž splněn. Pokud se totiž intervaly spolehlivosti nepřekrývají, dostali jsme protiřečící si výsledky. To nám tedy naznačuje, že naše měření není úplně v pořádku, jedna z vah může třeba být nefunkční nebo jsme mezi oběma měřeními omylem vypili půl litru vody, a tak jsme těžší.

Redukovatelnost chyb

Se stále lepšími a lepšími přístroji lze nejistoty měření stále zmenšovat a zmenšovat. Např. při nedávném měření gravitačních vln v centru LIGO[4] byli vědci schopni pomocí interferometru registrovat délku s přesností 10^{-20} m – poloměr atomu je řádově $10^{-10}\,\mathrm{m} = 1\,\text{Å}$. Otázka je, zda lze nejistotu fyzikálních měření zmenšovat do nekonečna.

[3] V současnosti již kilogram není definován pomocí fyzického předmětu, etalonu, nicméně jedná se o intuitivní představu.

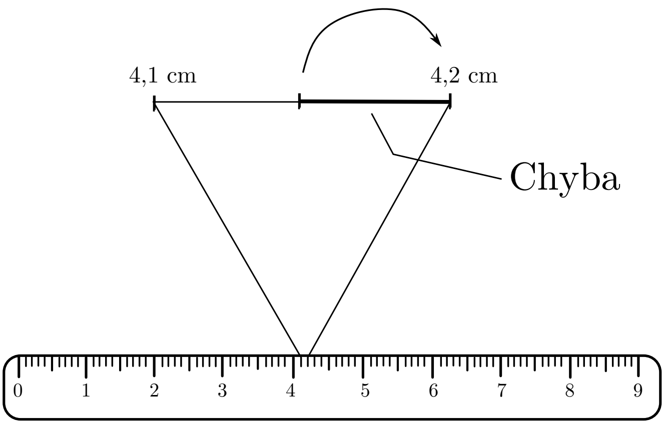
[4] `https://dcc.ligo.org/LIGO-G1000029/public`

V rámci Newtonem započaté teorie *klasické mechaniky* by vskutku takové zmenšování možné bylo – mohli bychom se dostat do situace, kde by nejistota měření byla zanedbatelná pro všechny účely. Jak se však ukazuje, na velmi malých škálách přestává klasická mechanika platit a svět se začíná řídit *kvantovou mechanikou.* Podle této teorie **není** možné chybu měření zmenšovat do nekonečna, což lze vidět např. z Heisenbergových relací neurčitosti.

Původ zaokrouhlování

Jak jsme si již řekli, výsledek žádného našeho měření není nikdy úplně přesný – nyní se blíže podíváme na to, kde chyby při měření vznikají.

Žádnou metodou nemůžeme změřit naši veličinu přesně. Pokud například provádíme přímé měření krejčovským metrem, náš výsledek bude uveden v celých centimetrech, protože nám dílky tohoto metru neumožňují určit jej přesněji (maximálně se můžeme pokusit odhadnout polovinu dílku a zaznamenat tak půl centimetru). Se stejným problémem se setkáme i při odečítání hodnot ze rtuťového teploměru, opět výšku hladiny pouze odhadujeme s pomocí nejbližší *rysky.* Je jasné, že touto nedokonalostí našich metod a měřicích přístrojů vzniká v našem měření chyba. Při odečítání hodnot z měřicích přístrojů většinou předpokládáme, že nejistota tohoto měření je velká jako polovina nejmenšího dílku stupnice.



Obr. 1: Chyba měření při odečítání hodnot na pravítku

Zatímco s odečítáním ze stupnice se setkáváme především při domácích nebo školních experimentech, opravdoví vědci pracují s digitálními přístroji. Ani ty se ale, jak jsme již zmínili v kapitole o redukovatelnosti chyb, nejistotám měření nevyhnou. Jev, který za vznikem chyby stojí, nazýváme *binning* a jeho podstata tkví v tom, že i přístroje mají uvnitř sebe virtuální stupnice a rysky, do kterých jejich výsledky spadají. Nejistoty měření přístrojů by měly být vždy uvedeny přímo na nich, pokud však nejsou, můžeme opět použít pravidlo nejmenšího dílku.

Tento jev, tedy vznik chyby u našich měření, můžeme nazvat *zaokrouhlováním přístrojů*, protože ať už se jedná o naše pravítko nebo o sofistikovaný přístroj, měřená hodnota je vždy zaokrouhlena k nejbližší rysce, tedy nejbližší číselné hodnotě. Na druhou stranu zaokrouhlujeme také při výpočtech, pokud kombinujeme výsledky více měření za pomocí nějakého vzorce. Toto zaokrouhlování můžeme nazvat např. *výpočetní zaokrouhlování* a má podobnou podstatu jako zaokrouhlování přístrojů, jen vzniká jinak.

Jako příklad uveďme měření rychlosti. Můžeme měřit délku dráhy l pomocí metru a dostaneme délku s nějakou chybou způsobenou přístrojovým zaokrouhlováním. Podobně změříme čas t a oba výsledky zkombinujeme do rychlosti $v = l/t$. Tuto zaokrouhlíme, a tím provedeme výpočetní zaokrouhlování.

Zaokrouhlování

Jak se můžeme se zaokrouhlováním vypořádat a správně odhadnout chybu, kterou způsobuje? Při jakémkoli zaokrouhlování se dopouštíme chyby, která je rovna velikosti čísla, které jsme při našem zaokrouhlení přičetli, nebo odečetli. Pokud tak například při počítání s π uvažujeme hodnotu 3,14, dopouštíme se chyby 0,001 592 . . .. Při přístrojovém zaokrouhlování však nevíme, jakou část výsledku jsme se rozhodli zanedbat, a neznáme přesnou chybu – musíme učinit odhad chyby, již zmíněnou nejistotu měření.

Uveďme příklad: měříme délku sešitu pomocí dvou dílčích měření. Měříme sešit od jednoho konce po rysku, kterou jsme si na něm nejdříve vyzbačili, pravítkem a od rysky ke druhému konci přesnějším měřidlem. Dostaneme dva dílčí výsledky $d_1 = 131\,\mathrm{mm}$ s přesností 0,5 mm a $d_2 = 2{,}11\,\mathrm{mm}$ s přesností 0,005 mm. Celkový výsledek zapíšeme jako součet: $D = d_1 + d_2$. Nemá cenu psát $D = 133{,}11\,\mathrm{mm}$, protože první měření bylo značně nepřesné. Ve skutečnosti si nejsme vůbec jisti těmi jedenácti desetinami milimetru, stejně tak sešit může měřit např. 133,39 mm. Proto raději píšeme zaokrouhleně $D = 133\,\mathrm{mm}$, což je výsledek, který lépe vystihuje přesnost našeho měření.

Obecně dává smysl uvádět náš výsledek tak přesný, jak nejméně přesná je naše nejméně přesná veličina. K popisu přesnosti se používají tzv. *platné cifry*, které popíšeme v další kapitole. Obecné zlaté pravidlo uvádění výsledků však zní:

Výsledek zaokrouhlujeme na stejný počet míst, jako měla nejméně přesná veličina, která do výsledku přispěla, tedy veličina zadaná na nejmenší počet *platných cifer*.

Prezentace výsledku měření a platné cifry

Pravděpodobná hodnota i její nejistota, které z výpočtu nebo přístroje dostaneme, jsou někdy uvedeny na více desetinných míst, než odpovídá tomu, jak přesně jsme mohli veličinu opravdu změřit. Existují proto základní pravidla, jak takové výsledky zaokrouhlovat a prezentovat. Tato pravidla se točí okolo výše zmíněných platných cifer, které nyní představíme.

Platné cifry nám jednoduše řečeno indikují, jak přesně jsme naši veličinu opravdu změřili. Platí tedy, že první platná číslice je první nenulová cifra zleva. Číslo 0,005 1 tak má 2 platné číslice, číslo $20 \cdot 10^3$ je uvedeno na dvě platné číslice stejně jako číslo 1,3.

Nyní se ještě pozastavme u exponenciálního zápisu čísel – jednu hodnotu totiž můžeme zapsat na různý počet platných cifer. Číslo $2 \cdot 10^4$ je zapsané na jednu platnou cifru, zatímco číslo $20 \cdot 10^3$ již na dvě platné cifry. Druhý tvar zápisu totiž používáme v případě, že chceme dát vyšším počtem platných cifer najevo, že se nám naši veličinu opravdu podařilo naměřit takto přesně.

Pokud pracujeme s výsledkem nějakého měření a není nejistota udána, můžeme nejistotu měření odhadnout jako polovinu poslední platné cifry. Například pokud někdo udá naměřenou hodnotu $2 \cdot 10^4$, znamená to, že se mu na přístroji mohly ukázat hodnoty v rozmezí $1{,}5 \cdot 10^4$ až $2{,}5 \cdot 10^4$, a proto je nejistota $0{,}5 \cdot 10^4$.

Zde je na místě dodat drobné varování. Zmiňovaná pravidla o zacházení s platnými ciframi a nejistotami sice zná většina vědců, ne však laická veřejnost či novináři. Byla by tedy chyba usoudit, že nějaké číslo, které třeba čteme v novinách, známe přesně jen díky tomu, že je uvedeno na velký počet platných cifer. Pokud přejímáme nějaká data, je třeba se vždy zamyslet nad jejich přesností a věrohodností.

Při uvedení hodnoty nějaké veličiny je vždy zvykem uvést její nejistotu. Ale ani tu neznáme přesně, měli bychom tedy uvést nejistotu nejistoty (a nejistotu nejistoty nejistoty...)? Nikoliv, pro jednoduchost nejistotu měření zaokrouhlujeme na jednu až dvě platné číslice a s tím se spokojíme.[5] Pravděpodobnou hodnotu pak zaokrouhlujeme na stejný počet desetinných míst jako její nejistotu.

Výsledky měření uvádíme vždy ve formátu

$$a = (\text{pravděpodobná hodnota} \pm \text{nejistota})\,\text{jednotka}\,,$$

tedy například u měření hmotnosti, které jsme v tomto Výfučtení již zmiňovali:

$$m = (50{,}4 \pm 0{,}1)\,\mathrm{kg}\,.$$

Hodnota i nejistota jsou v závorce, protože jsme z ní vytkli jednotku, která se vztahuje k oběma číslům. Na tomto jednoduchém zápise je také již zřejmé, proč nedává smysl nejistotu uvádět na více než dvě platné číslice či zaokrouhlovat pravděpodobnou hodnotu na více desetinných míst než nejistotu. Představme si, že z našeho experimentálního měření a jeho zpracování získáme tento výsledek

$$m = (50{,}424\,598\,362\,5 \pm 0{,}121\,47)\,\mathrm{kg}\,.$$

Se záměrem být co nejlepší fyzikové a uvést výsledek co nejpřesněji ho napíšeme přímo takto. Tímto zápisem jsme ale větší přesnosti nedosáhli, pouze je teď více nepřehledný. Jelikož je nejistota přibližně 0,12 kg, výsledek se může pohybovat v intervalu od 50,30 kg do 50,54 kg. V tak velkém rozpětí už nejsou další čísla na místě tisícin, desetitisícin či nižších řádů vůbec důležitá, protože takto přesně naši pravděpodobnou hodnotu ani její chybu jednoduše neznáme. Je proto zbytečné nižší řády uvádět.

Kombinace nezávislých nejistot

U většiny měření se setkáme s tím, že na jejich přesnost má vliv více faktorů, tedy jejich nejistotu ovlivňuje více různých chyb měření. Typicky se s tímto fenoménem setkáváme při zpracovávání našich experimentálních měření ve Výfuku, kde tradičně musíme do výsledné nejistoty zahrnout náhodnou i přístrojovou chybu měření[6] a vypočítat z nich tzv. kombinovanou standardní nejistotu. Tento princip, tedy kombinaci více **nezávislých** nejistot, ale můžeme aplikovat i na jiné případy, třeba právě ty, kde musíme vzít v úvahu zaokrouhlování měřicích přístrojů i výpočtů – ty jsou na sobě totiž zcela určitě nezávislé, chyba vzniklá ze zaokrouhlování

[5] Většinou platí, že nejistotu zaokrouhlujeme na jednu platnou číslici, pouze pokud je tato číslice 1 nebo 2, můžeme uvést ještě jednu platnou číslici.

[6] Vznik těchto chyb a výpočty s nimi již byly popsány v různých textech Výfuku několikrát, nejlépe si o nich můžete asi přečíst v textu Hokus Pokus ke zpracování experimentálních úloh: `https://vyfuk.mff.cuni.cz/rady_a_tipy/hokus_pokus`.

výpočtů bude mít stále stejnou velikost nehledě na chybu vzniklou ze zaokrouhlování přístrojů a naopak.

Pro výpočet kombinace nezávislých nejistot využíváme vzorec

$$\Delta = \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}\,.$$

Můžeme si všimnout toho, že výsledná nejistota, vzniklá kombinací dvou nezávislých složek, je menší než jejich součet. Zároveň vidíme, že pokud má jedna ze složek výrazně nižší hodnotu než druhá, můžeme ji zanedbat, což koresponduje s poznatky, které jsme si zmiňovali u zaokrouhlování na dvě platné číslice. Pomocí tohoto vzorce tak můžeme dobře odhadnout celkovou nejistotu.

Závěr

V tomto Výfučtení jsme si popsali, co je to vlastně fyzikální měření, jak při něm vznikají chyby a proč jsou tyto chyby důležité, pokud chceme poznávat svět okolo nás pomocí vědy. Ukázali jsme si, jak s těmito chybami následně jako fyzici pracujeme, co děláme, pokud se objeví více chyb nezávislých na sobě, a jak nejistoty měření prezentujeme. Nejdůležitější je však nepochybně poznatek, že u žádného měření se jeho chyby nevyvarujeme. Ať už se jedná o Výfučí experimentální úlohu změřenou v kuchyni, rychlost částic v CERNu, množství srážek na území Prahy či rychlost tání ledovců, všechna tato měření mají své nejistoty, někdy větší, někdy menší, vždy je však potřeba je uvádět a přemýšlet nad naším okolním světem s nimi na paměti.

Korespondenční seminář Výfuk
UK, Matematicko-fyzikální fakulta
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: `http://vyfuk.mff.cuni.cz`
e-mail: `vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz`

Výfuk je také na Facebooku
http://www.facebook.com/ksvyfuk

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.