

výpočty fyzikálních úkolů

Milí kamarádi,

v rukou právě držíte druhou brožurku letošního ročníku Výfuku. Najdete v ní zadání druhé série, kde se zamyslíte nad rovnováhou nádob, nad rychlostí čtení a psaní nebo nad efektivitou tepelného čerpadla. Najdete zde také Výfučení o radioaktivitě a v experimentální úloze si zkusíte tento děj bezpečně modelovat pomocí čočky. Řešení minulé série a její výsledkové listiny se co nevidět objeví na našich stránkách, opravená řešení naleznete u odevzdaných úloh a také vám je zašleme s příští brožurkou.

I v letošním roce na vás kromě klasické soutěže čeká i bingo a odměny za něj, proto nám nezapomínejte posílat vyškrtané tabulky mailem nebo poštou.

Pokud si kromě samostatného řešení Výfuku chcete zasoutěžit i v týmu, chystáme pro vás soutěž Náboj Junior, která proběhne 19. listopadu, tentokrát zcela online. Registrace probíhá do 11. listopadu na stránkách soutěže,¹ kde najdete i další informace, tak se nezapomeňte přihlásit.

Kromě toho pro vás ve Výfuku chystáme i prezenční akci, kterou bude podzimní setkání, které se (pokud to situace umožní) uskuteční 5.–7. listopadu. Pozvánku a podrobnější informace naleznete v obálce nebo na našem webu.

Organizátoři

vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz

¹<https://junior.naboj.org/>





Zadání II. série

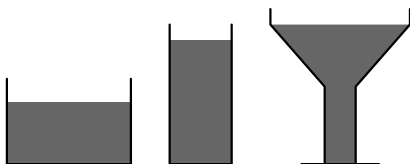


Termín odeslání: 29. 11. 2021 20.00

Úloha II.1 ... Rovnovážná ⑥ ⑦

5 bodů

Na obrázku 1 můžete vidět tři různé nádoby. Která z nich má nejvyšší stabilitu, tedy kterou z nich je nejtěžší převrhnout? Rozměry nádob pro potřeby výpočtu odhadněte. Nádoby jsou osově symetrické, tedy např. první nádoba je válec. Připomínáme, že pro určení stability lze použít např. veličinu stabilita, která je definovaná jako rozdíl potenciální energie labilní a aktuální polohy.



Obr. 1: Vyobrazení nádob

Úloha II.2 ... Rychlé čtení ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

5 bodů

Kačka s Evou jednou porovnávaly, jak rychle dokáží číst v různých jazycích. Kačka trvá přečtení jedné stránky anglicky dvakrát tolik minut co přečtení jedné stránky česky a přečtení jedné stránky francouzsky dvakrát tak dlouho co anglicky. Eva čte všemi jazyky stejně rychle. Přečtení textu o jedné české a jedné anglické stránce trvá oběma stejně dlouho, a to 3 minuty. Jednou dostaly za domácí úkol přečíst českou knížku o 250 stránkách, anglickou o 100 stránkách a francouzskou o 50 stránkách. Která bude mít knížku přečtené rychleji?



Úloha II.3 ... Psaní slohovky ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

6 bodů

Adam se snažil napsat slohovou práci o minimálním počtu 250 slov. Rychlost, s jakou ji psal, je znázorněna v grafu 2. Kdy Adam dosáhl potřebného počtu slov a kolik jich měl po dopsání?

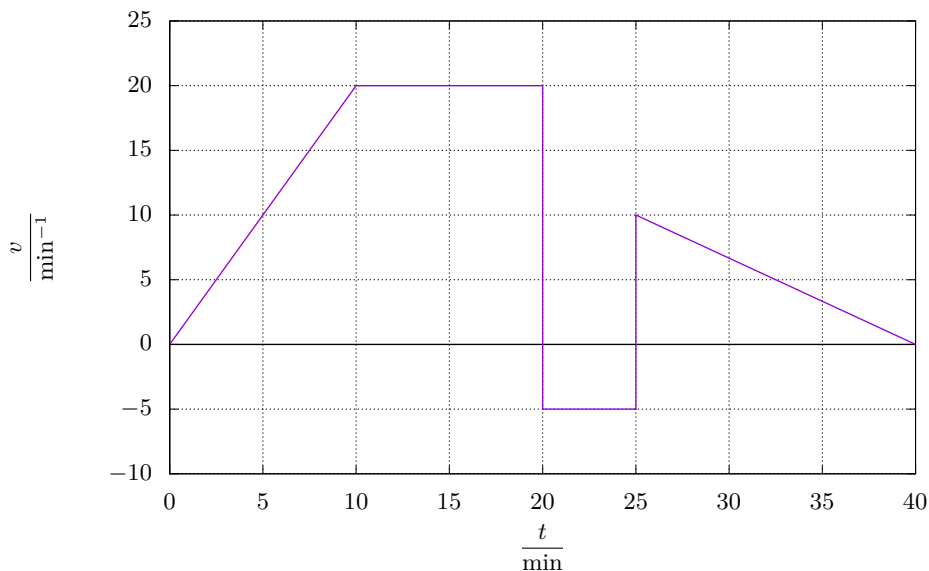
Úloha II.4 ... Tepelné čerpadlo ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

6 bodů

Viktor si chce pořídit na chatu nové bazénové tepelné čerpadlo. Zajímá ho však, za jak dlouho se investice do něj vrátí. Tepelné čerpadlo, které si vybral, stojí 24 000 K, má příkon 1 kW a tepelný výkon 6,8 kW. Bazén má objem 20 m^3 a 1 kWh elektřiny stojí 4 K. Předpokládejte, že Viktor chce typicky svůj bazén ohřát o $5 \text{ }^\circ\text{C}$, aby Luborovi nebyla zima, a za rok pořádá v průměru dvacet bazénových párty.

Situaci porovnávejte s případem, kdy by Viktor bazén vytápěl přímo pomocí elektřiny ze sítě se 100% účinností.



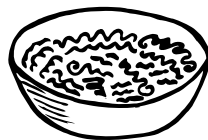


Obr. 2: Graf rychlosti psaní ve slovech za minutu

Úloha II.5 ... Lukáš vaří ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ★

7 bodů

Lukáš se rozhodl připravit si k obědu instantní čínskou polévku. Na obalu si přečetl, že obsah pytlíku má vhodit do jednoho litru vařící vody. Naštěstí si ale včas uvědomil, že kdyby na plotnu postavil hrnec s jedním litrem vody, dopustil by se osudové chyby, neboť by vody připravil příliš mnoho. Kvůli teplotní roztažnosti by se totiž objem vody během ohřívání zvětšil, a tak by jí po dosažení teploty $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ bylo více než 1,0l.



1. Kolik vody by měl tedy odměřit, aby jí v hrnci po ohřátí byl právě jeden litr, pokud mu z kohoutku teče voda o teplotě $20\text{ }^{\circ}\text{C}$? Počítejte s neměnným koeficientem teplotní objemové roztažnosti $\beta = 190 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$.
2. Lukáš ale zjistil, že doma bohužel nemá vhodnou odměrku, aby mohl takového množství odměřit. Napadlo ho však alternativní řešení. Do hrnce odměří 1,0l vody, následně vodu ohřeje a poté chvilku počká až se přebytečné množství odpaří, aby mu v hrnci zbyl kýžený jeden litr. Jak dlouho od dosažení bodu varu bude muset počkat, než se přebytečné množství odpaří, pokud má jeho sporák výkon $3,0\text{ kW}$?

Úloha II.E ... Poločas čocky ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

7 bodů

Experimenty s radioaktivitou, o kterých se můžete dočíst ve Výfučení, jsou pro provedení doma příliš nebezpečné. Můžeme si však radioaktivní rozpad namodelovat pomocí čocky. Vezměte si několik zrněk kuchyňské čocky (doporučujeme alespoň 200) a na každou z nich namalujte na jednu stranu tečku. Poté čocku rozsypte a separujte a spočítejte zrnka s tečkou nahoře, která

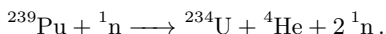
reprezentují rozpadlé atomy. Postup několikrát opakujte, ideálně dokud vám zbývají „nerozpadlá“ zrnka. Poté sestavte graf závislosti počtu nerozpadlých jader na počtu hodů, do kterého kromě naměřených hodnot vynesete i předpokládaný průběh experimentu. Abyste zjistili, zda je takovýto rozpad konsistentní, můžete jej samozřejmě opakovat.

Jaký je poločas rozpadu čocky? Modeluje čocka radioaktivní rozpad věrohodně? Pokud zjistíte výrazné odchylky od předpokládané závislosti, diskutujte, čím by mohly být způsobeny. Místo čocky lze samozřejmě použít cokoliv symetrického, například jednorokuny či bonbóny Skittles.

Úloha II.V ... Jádro pudla 6 7 8 9

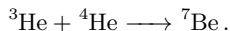
7 bodů

- Existují jaderné reaktory, které místo štěpení směsi uranových izotopů štěpí jádra ^{239}Pu . Jednou z reakcí, které v reaktoru probíhají, je



Určete, kolik energie se během reakce vyprodukuje. Toto číslo srovnajte s energií, kterou vyprodukovala reakce popsána ve Výfučtení.

- Po spotřebování veškerého vodíku dochází ve hvězdách k fúzi vzniklých jader helia a to podle rovnice



Vaším úkolem je zjistit, jaká energie se uvolňuje během této reakce. Také porovnejte uvolněnou energii z reakce s energií uvolněnou sloučením vodíkových jader.

- V medicíně využíváme izotop ^{18}F , a to ke zjišťování rozsahu šíření rakoviny v těle. Ten se vyrábí jadernou reakcí



Určete, zda se jedná o reakci energii spotřebovávající, nebo produkující, a případně kolik energie se uvolní nebo kolik energie musíme reakci dodat, aby proběhla.

Potřebné údaje si vyhledejte na internetu, např. v odkazu uvedeném ve Výfučtení.



Výfučtení: Jaderná energie a jaderné reakce

Úvod

Když se řekne jaderná energie, lidem se vybaví různé věci. Ať už je to jaderná elektrárna, palivo, jeho znovuzpracování nebo třeba jaderné katastrofy a jaderné bomby. V tomto Výfučtení se budeme zabývat samotným principem funkce reaktoru jaderné elektrárny a jadernými reakcemi, které v něm probíhají. Na konci se ale zmíníme i o opačném procesu, jaderné fúzi.

Pokud nejste seznámeni s tím, co je to atom a jeho jádro, doporučujeme přečíst si nejdříve Výfučtení o atomech.² Pro seznámení se s nestabilními jádry a radioaktivitou doporučujeme také Výfučtení o radioaktivitě.³

²4. ročník, 6. série, https://vyfuk.mff.cuni.cz/_media/ulohy/r4/vyfucteni/vyfucteni_6.pdf

³2. ročník, 6. série, https://vyfuk.mff.cuni.cz/_media/ulohy/r2/vyfucteni/vyfucteni_6.pdf

Jak reaktor vyrábí energii?

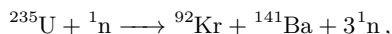
Nejprve se zaměříme na jadernou elektrárnu a na význam reaktoru v ní. Jaderná elektrárna spadá do kategorie tepelných elektráren – vyrábí teplo, které ohřívá vodu. Ta po vypaření roztáčí turbínu. Turbína je zapojena do elektrického generátoru, který kinetickou energii páry převádí na elektrickou. Voda pak zpětně kondenzuje a celý proces se opakuje. Účinnost přenosu energie od ohřevu vody z reaktoru až do elektrické sítě dosahuje nejvýše 50 %.

Reaktor v jaderné elektrárně má obecně vzato dvě části: část, která umožňuje průběh samotné reakce, a část umožňující její regulaci. My se zaměříme na samotnou reakci a podíváme se na to, co se děje v centru dění jaderného reaktoru.

Jadernou reakci umožňují uranové tyče v reaktoru. Ty pro naše účely můžeme aproximovat na tyče oxidu uraničitého (UO_2), které obsahují směs izotopů⁴ ^{235}U a ^{238}U . Konkrétní zastoupení izotopů se liší v závislosti na druhu reaktoru.

Jak dochází k samotné jaderné reakci? Uranová jádra v tyčích jsou ostřelována neutrony. Neutrony jsou nenabitě částice, které spolu s protony tvoří atomová jádra. Tyto částice jsou do reaktoru buď dodány z vnějšího zdroje nebo vznikají během štěpné reakce. Neutrony reagují s uranovými jádry, u kterých dochází ke štěpení.

Štěpné reakce lze přehledně zapsat matematicky. Na jednu stranu píšeme prvky, které jsou pro reakci potřeba, na druhé straně máme prvky, které reakcí vzniknou. Příklad jedné takové reakce můžeme vidět zde:



kde n značí neutron, Kr Krypton a Ba Baryum.

Z rovnice vidíme, že vznikají dva lehčí prvky a tři neutrony. Všimněme si však, že počet nukleonů (protonů a neutronů) je na obou stranách rovnice stejný. Rozpad těžkého uranu na lehčí prvky v tomto případě způsobí, že se během reakce uvolní teplo, tedy tepelná energie – to jsme do rovnice nezahrnuli. Vzniklé neutrony mohou způsobovat další jaderné reakce. Aby se počet neutronů v reaktoru nevymlkl kontrole (při každé reakci jich vzniká více než na počátku), je nutné do reaktoru nainstalovat regulační prvky, které množství neutronů sníží. Typickým příkladem regulačního prvku jsou regulační tyče tvořící tzv. moderátor. Moderátorem může být i voda.

Malá odbočka k elektronvoltům

Když fyzici pracují s jadernými reakcemi a teplem, které při nich vzniká, nepoužívají klasickou jednotku energie joule. Ta je totiž pro tyto účely příliš velká. Místo ní se využívá speciální jednotka elektronvolt, která má značku eV. Pro přepočítání mezi elektronvolty a jouly platí:

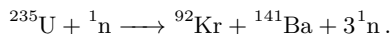
$$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Tento vztah vychází z definice, že elektronvolt je množství energie, kterou získá elektron při urychlení napětím jednoho voltu. Běžně se poté setkáváme s násobky této jednotky: keV, MeV apod.

⁴Zápis ^{235}U znamená, že se jedná o prvek se značkou U (uran), který má 235 nukleonů. Nukleon může být buď proton, nebo neutron. Počet protonů v atomu určuje, o jaký prvek se jedná.

Jak zjistíme, kolik energie z reakce získáme?

Vrátíme se k naší původní reakci. O ní víme, že uvolňuje tepelnou energii. Existují však i reakce, které energii naopak spotřebovávají, ty jsou však pro výrobu energie nepoužitelné. Připomeneme si tedy rovnici naší reakce:



Každý někdy také slyšel známý Einsteinův vztah

$$E = mc^2.$$

Nyní si ukážeme, jak tento vztah interpretovat a použít k výpočtu energie. Začneme tím, že si pojmenujeme veličiny, které v něm vystupují: hmotnost částice m , energie částice E a rychlost světla c . Když odhlédneme od rychlosti světla, která je konstantní, vztah nám vlastně říká, že můžeme převádět mezi energií a hmotností. Jinými slovy, podle tohoto vztahu je hmota jen jiná forma energie.

Toto pozorování nám umožní každé ze součástí reakce přiřadit její energii. Hmotnost jader je možné dohledat v různých vědeckých tabulkách⁵ Hmotnost je zde uváděna v jednotce u nebo umu . Jedná se o hmotnost jedné dvanáctiny uhlíkového jádra, která je rovna $u = 1,6605 \cdot 10^{-27}$ kg. Přiřadíme tedy každé částici, která se reakce účastní, podle její hmotnosti její energii:

$$E_1 = E({}^{235}\text{U}) = m({}^{235}\text{U})c^2 = 235,043 \cdot 1,6605 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \text{ J} = 218\,942,55 \text{ MeV},$$

$$E_2 = E({}^1_0\text{n}) = 939,57 \text{ MeV},$$

$$E_3 = E({}^{92}\text{Kr}) = 85\,629,21 \text{ MeV},$$

$$E_4 = E({}^{141}\text{Ba}) = 131\,261,76 \text{ MeV},$$

$$E_5 = 3 \cdot E({}^1_0\text{n}) = 2\,818,71 \text{ MeV}.$$

Platí samozřejmě zákon zachování energie. Ten říká, že energie, která vstupuje do reakce, musí být rovna energii, která z reakce vystupuje. Proto když porovnáme energie vstupních složek reakce ($E_1 + E_2$) a výstupních ($E_3 + E_4 + E_5$), můžeme rozhodnout, jestli reakce energii uvolňuje, nebo spotřebovává. Pokud dochází k uvolnění energie, je energie výstupních složek reakce menší než vstupních – reakce nějakou energii vydá, nejčastěji tepelnou.

Při reakci energii spotřebovávající je tomu přesně obráceně – aby reakce mohla proběhnout, musíme naopak energii dodat, např. tím, že reaktanty zahřejeme. energii potřebnou k proběhnutí reakce pak označujeme jako energii prahovou.

A takto je možné vypočítat energii každé možné i hypotetické jaderné reakce, tedy určit i energetické zisky z jaderného štěpení v reaktoru.

Nakonec ještě krátká odbočka k jaderné fúzi

Jaderná fúze je alternativní zdroj energie, který také využívá energii uvolňující se během jaderných reakcí. Avšak během těchto reakcí nedochází ke štěpení jader, nýbrž k opaku – jejich slučování. Ukazuje se totiž, že u slučení lehkých jader do většího jádra se energie uvolní (přibližně platí, že je energeticky výhodné slučovat prvky lehčí než železo a štěpit prvky těžší než

⁵např. v této <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/9783527618798.app2>

železo). K těmto fúzním reakcím dochází ve hvězdách a vědci se o ně již od 50. let pokouší v laboratořích v zařízení zvaném tokamak. Fúzní reakci již vědci vytvořit dovedou, neumí ji však vytvořit dostatečně efektivně, aby z ní mohli čerpat energii. O využití těchto fúzních reakcí v elektrárnách se však dlouhodobě uvažuje – např. nyní běží ve Francii projekt ITER.

Pro přehled uvedeme základní fúzní reakci, která probíhá v jádru Slunce a v tokamacích.



Během této reakce se přeměňují jádra vodíku na jádro hélia a neutron. Můžete si spočítat, že se při ní skutečně energie uvolní.

Závěr

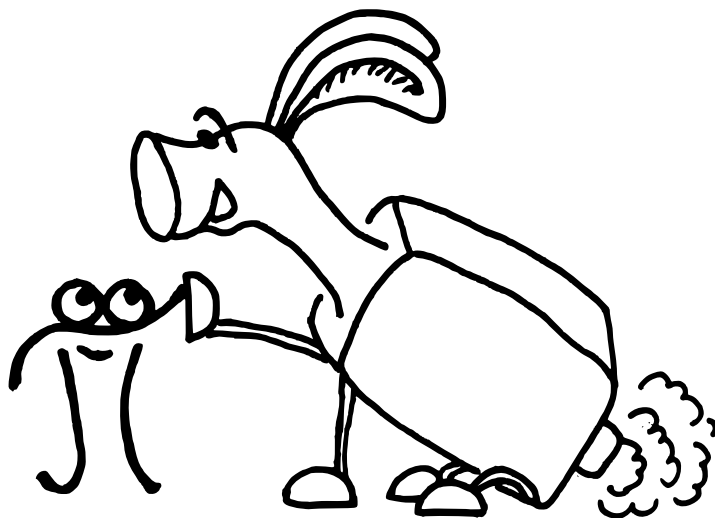
V tomto Výfučení jsme se seznámili s reakcemi, které zajišťují elektřinu v domácnostech mnohým z nás, tedy jadernými reakcemi v jaderných elektrárnách. Ukázali jsme si, jak štěpné reakce probíhají, jak je můžeme zapsat matematicky a co o těchto reakcích dokážeme s naší znalostí fyziky zjistit.

Klára Stefanová

klarka@vyfuk.mff.cuni.cz

Václav Verner

vasek@vyfuk.mff.cuni.cz





*Korespondenční seminář Výfuk
UK, Matematicko-fyzikální fakulta
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8*

www: <http://vyfuk.mff.cuni.cz>
e-mail: vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz

Výfuk je také na Facebooku 
<http://www.facebook.com/ksvyfuk>

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.