

Úloha VI.2 ... Fyzik záhradníkem

5 bodů; průměr 4,00; řešilo 28 studentů

Honza je opravdový profesionál v zalévání trávníků. Svému úspěchu vděčí, jak jinak, fyzice, protože si všechno dopředu spočte. Zjistil, že pokud je rychlost vytékání vody z hadice v , voda dostříkne nejdále do vzdálenosti

$$R = \frac{0,65v^2}{g}.$$

Pokud nastaví svou hadici s průřezem S správně, voda se rovnoměrně rozprašuje do kruhu s poloměrem R . Honza důsledným měřením zjistil, že tráva nejlépe roste, pokud na ni rozpráší vodu odpovídající vrstvičce s tloušťkou h , a to za dobu t . Pomocí zadaných vzorců a veličin vyjádřete, jakou rychlost v má nastavit, aby byl trávník pokropen přesně tak, jak si to Honza představuje.

Pomůcka: Průtok vody hadicí (tzn. objem vody, který vyteče za jednotku času) lze spočítat jako $Q = Sv$.

Najprv sa zamyslime nad fyzikálnou podstatou úlohy: vieme, že objem vody, ktorá vytečie za nejaký čas z hadice, sa musí rovnat objemu vody rovnomerne rozprášenému po trávníku.

Objem vody, ktorý pokryje kruh s polomerom R do výšky h vieme určiť pomocou geometrie, je to obsah podstavy krát výška telesa (v našom prípade je týmto telesom valec), teda

$$V_1 = \pi R^2 h.$$

Pomôcka v zadaní nám napovie, že objem vody, ktorý pretečie hadicou za jednotku času, je $Q = Sv$, kde S je prierez hadice. Potom ale za čas t vytečie z hadice objem

$$V_2 = Svt.$$

Pretože musí platiť $V_1 = V_2$, bude platiť aj rovnosť

$$\pi R^2 h = Svt.$$

Ak dosadíme za R podľa zadania, dostaneme

$$\pi \left(\frac{0,65v^2}{g} \right)^2 h = \pi \frac{0,65^2 v^4}{g^2} h = Svt.$$

Ak chceme rýchlosť výtoku v vyjadriť, rovnicu musíme upraviť tak, aby všetky v zostali na ľavej strane rovnosti a všetko ostatné napravo. Rovnicu teda vynásobíme veličinou g^2 a vydělíme veličinami v , π^2 , $0,65^2$ a h . Samozrejme predpokladáme, že v a h nie sú rovné nule, inak by delenie nemalo zmysel. Teda dostávame

$$v^3 = \frac{g^2 St}{0,65^2 \pi h},$$

$$v = \sqrt[3]{\frac{g^2 St}{0,42 \pi h}}$$

Rýchlost sme vyjadrili pomocou zadaných veličín – presne tak, ako zadanie vyžaduje.

Jaroslav Hofierka

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro
vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky
MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.