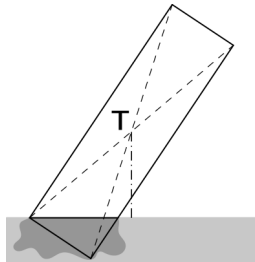


Úloha IV.2 ... Šikmá věž

7 bodů; průměr 4,47; řešilo 34 studentů

Radka si vyjela na výlet do italské Pisy. Stojíc před věží, která se naklání do strany o 4° , se začala obávat, zda-li se věž nemůže pod tíhou turistů naklánějících se přes horní pravý okraj věže převrhnout.

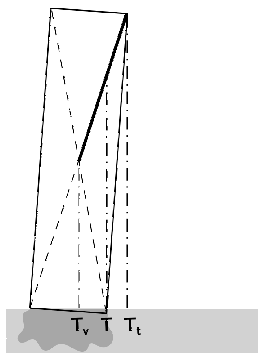
Radka si jako dobrá fyzička uvědomila, že se věž převrhne teprve tehdy, když bude její těžiště (pokládejme věž za homogenní válec s výškou 58 m, průměrem 15 m a hmotností 14 700 t), zkombinovan¹ s těžištěm turistů mimo podstavu věže, která sedí na zemi (viz obrázek 1). Zjistěte, jakou hmotnost musí mít turisté (jejich rozměry klidně zanedbejte), aby se tak stalo. Má se Radka něčeho obávat?



Obr. 1: Příliš nakloněná věž – její těžiště T je „mimo“ podstavu sedící na zemi

Pomůcka. Nejjednodušeji se úloha vyřeší tak, že si věž v příslušném poměru narýsujete a geometricky najdete polohu těžiště pro maximální lidskou zátěž.

Jak nám zadání napovídá, úlohu vyřešíme graficky. Narýsujeme si nejdříve šikmou věž v určitém zmenšení (viz obrázek 2). Těžiště věže je v jejím středu, těžiště všech turistů (počítáme je jako hmotný bod) se nachází na samém kraji věže. Nyní obě těžiště promítneme na zem.



Obr. 2: Kombinování těžišť věže a turistů

¹Společné těžiště dvou bodů s hmotnostmi m_1 a m_2 se nachází na úsečce mezi těmito body tak, že vzájemné vzdálenosti těžiště a jednotlivých bodů jsou v poměru $m_2 : m_1$ (těžiště je blíže k hmotnějšímu z bodů).

Aby se věž mohla začít převažovat, těžiště celé soustavy (tedy zkombinované těžiště věže i turistů) se musí nacházet mimo věž, v hraničním případě pak v místě, kde je věž zabořená do země (viz obrázek).

Nyní na tlusté úsečce změříme poměr „ramen“ mezi těžištěm věže a turistů a jejich celkovým těžištěm. Graficky nám vyšlo, že tento poměr je $p = 1,22$ a odpovídá poměru hmotnosti turistů m_t a věže $m_v = 14\,700\text{ t}$:

$$p = \frac{m_t}{m_v} \Rightarrow m_t = pm_v = 1,22 \cdot 14\,700\text{ t} \doteq 17\,970\text{ t}.$$

Aby se věž začala převažovat, hmotnost turistů by musela dosáhnout zhruba $17\,970\text{ t}$. Při průměrné váze člověka 70 kg by na věži muselo stát asi $257\,000$ turistů, což je prakticky nemožné. Šikmá věž v Pise proto pro turisty nepředstavuje žádné nebezpečí.

Eva Vochozková
eva@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.