

Úloha III.E ... Na vlastní oči

7 bodů; průměr 3,72; řešilo 46 studentů

Jako fyzici se velmi často potřebujeme dívat skrze různé optické přístroje a na všelijaké obrazovky. Na našem mobilním telefonu nás zajímá rozlišení fotoaparátu, a když vezmeme do ruky dalekohled, využijeme jej právě k tomu, abychom rozeznali to, co by jinak nebylo možné. Jeden kvalitní optický přístroj, který máme téměř všichni, jsou naše oči. Jaké je úhlové rozlišení těch vašich?

Pokud nosíte brýle, nasadte si je a změřte co nejpřesněji úhlové rozlišení vašeho oka. Úhlové rozlišení je nejmenší úhel mezi dvěma světelnými body takový, že je ještě rozeznáme od sebe. Například pokud bychom se dívali na noční oblohu a dvě hvězdy by byly moc blízko sebe, splynuly by nám v jednu. Při jejich postupném oddalování (rozevírání úhlu vycházejícího z našeho oka k nim) bychom je však začali rozeznávat.

Závisí vaše rozlišení na světelných podmínkách?

Teorie

Sítnici našeho oka tvoří množství světločivných buněk – tyčinek a čípků. Tyčinky jsou zodpovědné za vnímání „jak moc je světla“. Díky nim tak jsme, ač mizerně, schopni v noci rozlišit sěnu od díry a nerozplácnout se o dveře. O samotné kvalitní rozlišení se starají čípky.

Ve zdravém oku se světelný bod promítne jako maličký rozmazaný kroužek na sítnici a osvětlí příslušný čípek, který vyšle do mozku signál. Nosíme-li brýle, naše oko má lehce odlišné optické vlastnosti, které působí, že se na sítnici místo maličkého kroužku promítá větší skvrna. Ta zabere více čípků, a tak vidíme rozostřeně. Je to podobné jako s obrázky. Čím více pixelů na monitoru zabírá jeden barevný čtvereček, tím rozostřenější se nám obrázek zdá.

Dva světelné body jsme pak schopni rozlišit, pokud se mezi nimi nachází alespoň jeden neosvětlený čípek (jinými slovy, když spolu dva osvětlené čípky nesousedí). Pokud spolu čípky sousedí, k mozku se nedostane informace o tom, že je mezi nimi mezera, protože v ní žádný čípek není a nám body tedy slije v jeden. Velikost rozlišovacího úhlu oka ψ pak určíme z průměru čípků $d = 0,005 \text{ mm}$ (ten udává vzdálenost okrajů světelných kroužků takovou, při které už mohou jeden čípek těsně nezasáhnout) a ohniskové vzdálenosti oka $f = 17 \text{ mm}$ (využíváme vzorce pro obloukovou délku o a poloměr r : $\psi \cdot r = o$).

$$\psi \approx \frac{0,005 \text{ mm}}{17 \text{ mm}} \doteq 0,0003 \text{ rad} \doteq 1,06'$$

Z biologického hlediska bychom tedy měli rozlišit body o úhlové vzdálenosti přibližně jedné minuty¹.

Předchozí vzorec počítá s tím, že světlo se na sítnici promítne opravdu tak, jak má. Ve skutečnosti však má obraz po průchodu čočkou vady, protože žádná optická soustava (ani lidské oko) není dokonalá. Čočka světlo částečně rozptýlí, a částečně dojde k takzvané interferenci.

Interference je, ve stručnosti, jev způsobený tím, že světlo se chová jako vlna. Když na stejné místo dorazí dvě vlny, jejich výchylky se sečtou v menší či větší míře podle toho, jaké jejich výchylky byly v okamžiku setkání. Pro světlo to znamená, že podle toho, jak se setkávají na daném místě různé paprsky světla, bude na světločivných buňkách světlo nebo tma. V extrému – dorazí-li se stejnou výchylkou, bude jas maximální, při opačné výchylce bude v daném místě

¹Zdroj rozměrů částí oka (použito i dále): <https://edu.techmania.cz/cs/encyklopedie/fyzika/svetlo/lidske-oko>

sítnice vždy tma. Zmíněný rozmazaný světelný kroužek z bodového zdroje světla tedy bude ještě přesněji skvrnou obklopenou světlymi a tmavými pruhy jako vlnami kolem kamene hozeného do vody. Efektivně je tedy světelná skvrna ještě větší. Pak podle tzv. *Rayleighova kritéria* jsou za ještě rozlišitelné považovány dva body, pro které se interferenční maximum prvního řádu – první světelný prstěnek – jednoho bodu sejde s interferenčním minimem prvního řádu – prvním černým prstěncem – druhého bodu. Úhlovou vzdálenost, pro kterou toto platí, vypočteme vzorcem

$$\vartheta = 1,220 \frac{\lambda}{D},$$

kde λ je vlnová délka světla, pro které úhlovou vzdálenost počítáme, $D = 4 \text{ mm}$ je průměr čočky a číslo 1,220 je z výpočtů pozice zmiňovaných „prstenců světla a tmy“.² Bílé světlo se skládá z celého spektra od 380 nm do 750 nm, jako vlnovou délku pro odhad zvolme průměr těchto vlnových délek $\lambda = 565 \text{ nm}$.

$$\vartheta \approx 1,220 \frac{5,65 \cdot 10^{-4} \text{ mm}}{4 \text{ mm}} \doteq 0,00017 \text{ rad} = 0,584'$$

Můžeme si povšimnout, že právě uvedený vzorec dává nižší hodnotu než dřívější odhad z geometrických rozměrů oka. Nový vzorec nepočítá se vzdáleností jednotlivých čípků, ale pouze s promítnutím bodů na libovolné stínítko, tedy udává rozlišení lepší, než by naše oko mělo mít. Dává ale zároveň teoretické horní omezení na to, jak dobré vůbec oko může být, protože s libovolně hustým pokrytím sítnice čípků máme jako vstup k dispozici stále jen rozmazané a překrývající se světelné skvrny. Pojdme teď oba výpočty srovnat s naměřenými hodnotami.

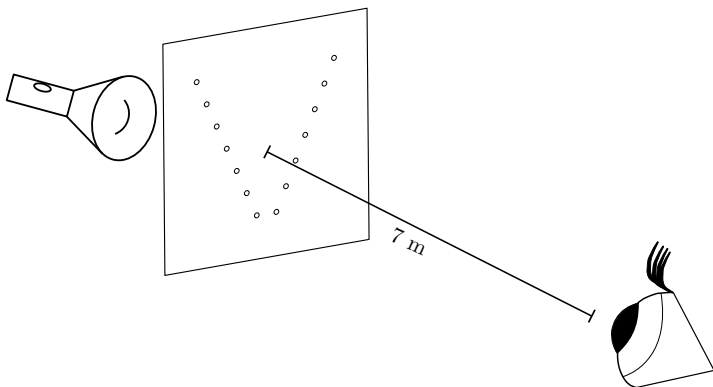
Měření

Experiment se bude lišit podle toho, kdo měření provádí. Krom toho, jestli nosíte brýle, nebo ne (v našem případě experimentátor brýle nenosí), závisí také na tom, zda jste muž, nebo žena (za nás měřila žena). Informace o počtu a typu světločivných buněk v oku se přenáší na chromozomu X, proto ženy (s kombinací XX) jsou citlivější na různé světlo a vnímají více barev než muži (s kombinací XY). Při genetické mutaci chromozomu X pak dokonce může dojít k tomu, že má žena ještě o jeden druh čípků více, tedy je její oko ještě citlivější, zatímco muž je při stejné mutaci barvoslepý. Na rozdíl od mužů však většina žen nezjistí, zda tuto mutaci má, nebo nemá. Dalším silným faktorem je také stav očí z hlediska únavy. Protože měření jsme provedli po sepsání celé teorie výše hned při odchodu od počítače, byly oči již před experimentem mírně unavené, tedy hůře se jim ostřílo a rozlišovalo.

Přichystáme si kartonovou kartičku, do které do sloupce nad sebe přichystáme špendlíkem páry dírek. První dvě vzdálené jeden milimetr, další dva milimetry a postupně přidáváme vzdálenost až do sedmi milimetrů. Destičku umístíme do vzdálenosti sedmi metrů od oka (podle prvního vzorce by pak měly být ještě rozlišitelné body ve vzdálenosti dvou milimetrů). Za destičku umístíme rozsvícenou svítilnu. Pohledem jedním okem na destičku určíme, kterou dvojici bodů ještě rozlišíme a zaznamenáme jejich vzdálenost. Měnit světelné podmínky můžeme buďto rozsvícením okolních světel různé intenzity, barvy a směru, nebo měněním barvy či intenzity světla svítilny.³

²Pro zájemce o podrobnější čtení zde podrobný text v angličtině: https://en.wikipedia.org/wiki/Angular_resolution

³Zajímavé je, že do určité intenzity světla bodů by měla rozlišovací schopnost růst, pak pro určitý interval zůstat konstantní a následně se zvyšující se intenzitou klesat kvůli oslnění.



Obr. 1: Schéma aparatury pro měření

Rozsvícení svítily	Světlo v okolí	Vzdálenost bodů l	Úhel φ	Nejistota úhlu u_φ
Vyšší	tma	3 mm	1,47'	0,5'
Vyšší	slabé žluté světlo	4 mm	1,96'	0,5'
Vyšší	UV	4 mm	1,96'	0,5'
Nižší	tma	3 mm	1,47'	0,5'
Nižší	slabé žluté světlo	4 mm	1,96'	0,5'
Nižší	UV	5 mm	2,46'	0,5'

Tab. 1: Naměřené úhlové vzdálenosti rozlišitelných bodů

Měříme pouze jednu hodnotu, protože při každém pozorování (pokud nám mezitím někdo neblýskne fotoaparátlem do očí, nebo nedojde k jiné nečekané změně výchozích podmínek – taková měření obvykle přeměříme znovu) vidíme všechny body stále stejně.

Určení nejistot

Nyní k výpočtu nejistoty měření. Chyba do měření vstoupí měřením vzdálenosti, nejistotu tohoto měření určíme jako polovinu nejmenšího dílku měřidla – pravítka, tedy $u_l = 0,5$ mm. Samotný úhel φ vypočteme pomocí vzorce

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{l}{7 \text{ m}} \Rightarrow \varphi = \operatorname{arctg} \left(\frac{l}{7 \text{ m}} \right),$$

který plyne z pravoúhlého trojúhelníku s odvěsnami o délkách 7 m a l a s úhlem φ , který měříme. Vzhledem k tomu, že pracujeme s malými úhly, můžeme psát (a způsobíme tím menší chybu než např. zaokrouhlení kalkulačky):

$$\varphi \approx \frac{l}{7 \text{ m}}.$$

Nejistota určení φ je tedy (předpokládáme, že délku sedmi metrů jsme určili přesně):

$$u_\varphi = \frac{u_l}{7 \text{ m}}.$$

Více o nejistotě nepřímého měření najdete na stránkách v sekci Hokus Pokus⁴

Spočetli jsme nejistotu hodnoty nejmenšího rozpoznaného úhlu. Naše měření však skrývá ještě jeden zdroj chyb: ověřovali jsme, jestli dokážeme rozpoznat díry vzdálené o milimetr, následně o dva, následně o tři atd. Co kdybychom ale dokázali rozpoznat menší odchylku, např. díry vzdálené o milimetr a půl? Na to bychom nepřišli. Jinými slovy: odchylka pochází z délky rozestupů světelných bodů podobně jako na metru.

Měli bychom k měření tedy přičíst další nejistotu odpovídající polovině testované změny rozestupu, tedy 0,5 mm. Pak se možná odchylka vzdálenosti dostane na hodnotu $u_l = 1$ mm, což znamená $u_\varphi \doteq 0,5'$

Závěr

Můžeme si povšimnout, že našemu měření se více blížil výsledek vzorce založeného na biologické stavbě našeho oka. Výsledný naměřený úhel pro „ideální podmínky“, kdy je v okolí tma, je však vyšší než úhel vypočtený. Lidské oko není dokonalé a mívá problém se přizpůsobit větším světelným kontrastům. Zároveň, s brýlemi i bez nich, nám stále zůstávají drobné zrakové vady, nikdy prostě nebudeme vidět tak dobře jako ono „teoretické oko“ z výpočtů.

Výpočet také neuvažuje různé rozptyly mezi čočkou a sítnicí způsobené plaváním odumřelých buněk v komorové vodě. Při opakovaném měření jsou zároveň oči unavenější, je tak pro ně náročné se soustředit a ostřit na něco malinké v takové vzdálenosti. Náš mozek navíc ani neví, jak daleko se body nachází (ve tmě nedokáže vzdálenost zdroje světla odhadnout). Za světla to také není snadné a z neustálého přestřování, při kterém náš mozek jednoduše zkouší různé vzdálenosti, můžeme světelné body dokonce vidět různě měnit polohu a „tancovat“. Tehdy je nutné měření přerušit a zkusit to znovu za nějaký čas.

Světlo v okolí snižovalo naši rozlišovací schopnost, protože částečně přesvětlovalo malé body v dálce, takže byly hůře vidět. Jak ukázalo měření se slaběji rozsvícenou svítílnou, nejvíce rozlišovací schopnost snížilo zapnuté UV světlo $\varphi_{n-UV} = (2,46 \pm 0,5)'$. Jak jistě víme, v UV záření spousta předmětů svítí. Takovým předmětům se těžko vyhýbá a v průběhu tohoto měření jich bylo v okolí přítomno tolik, že výrazně oslňovaly a oči se jen velmi těžko ostřily na světelné body. Při vyšší intenzitě světla u bodů zářící předměty nedělaly tak velký problém, protože body stále svítily intenzivněji, při nižší intenzitě byl tento problém větší. S vyšší intenzitou světla svítílny jsme naměřili $\varphi_{v-UV} = (1,96 \pm 0,5)'$.

Pro tmou a slabší žluté světlo v pozadí dosáhly obě intenzity stejných hodnot, v tomto případě tak neměla intenzita světla ze svítílny tak zásadní vliv. Naměřili jsme $\varphi_{v-t} = \varphi_{n-t} = (1,47 \pm 0,5)'$ a $\varphi_{v-szs} = \varphi_{n-szs} = (1,96 \pm 0,5)'$.

Soňa Husáková

sona@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

⁴https://vyfuk.mff.cuni.cz/jak_resit/hokus_pokus