

## Úloha IV.2 ... Traktor

6 bodů; průměr 4,05; řešilo 55 studentů

Jede traktor, je to Zetor, jede do hor, orat brambor... Klasický příběh, který všichni známe. Stihne mládenec práci, i když jeho kumpáni přijdou pozdě?



Normálně zvládnou ve dvanácti lidech práci za čistých 24 hodin a dostanou za ni všichni dohromady poctivých 12krát 2 400 Kč. Nyní ale mládenec pracuje na poli samotný, jelikož všichni jeho kumpáni poněkud zaspali. Proto zavolá jednomu z nich, který za hodinu přijde. Jakmile přijde, tak každý<sup>1</sup> zavolá jednomu jinému kamarádovi. Ti následně za hodinu přijdou. Proces se takto opakuje a pole má neomezenou kapacitu pracovníků. Kdy dokončí svoji práci? Kolik peněz dostane náš mládenec, když se rozdělí spravedlivě podle vykonané práce, a když se peníze rozdělí stejně mezi všemi, kteří vykonali nějakou práci?

Nejprve je důležité si spočítat, jakou část pole stihne zorat 1 člověk za 1 hodinu. Pokud za 24 hodin stihne 12 lidí celé pole, pak 1 člověk stihne za 24 hodin  $1/12$  pole a za 1 hodinu  $1/288$  pole.

Abychom nemuseli počítat se zlomky, je důležité si uvědomit, že 1 hodina práce 1 člověka vždy odpovídá  $1/288$  pole a ve stejném poměru musí být také spravedlivě odměněna, tedy člověk za ni dostane  $12 \cdot 2\,400 \cdot (1/288) = 100$  Kč.

Dále už můžeme postupovat velmi snadno. Během první hodiny bude jeden člověk odměněn částkou 100 Kč, celkem bude odvedena práce za 100 Kč. Během druhé hodiny budou dva lidé odměněni částkou 200 Kč, celkem bude odvedena práce za 300 Kč. Nyní budeme počítat hodinové odměny, tak, aby nepřevyšovaly celkovou částku za celé pole, která činí  $12 \cdot 2\,400 \text{ Kč} = 28\,800 \text{ Kč}$

$$100 \text{ Kč} + 200 \text{ Kč} + 400 \text{ Kč} + 800 \text{ Kč} + 1\,600 \text{ Kč} + 3\,200 \text{ Kč} + 6\,400 \text{ Kč} + 12\,800 \text{ Kč} = 25\,500 \text{ Kč}.$$

Zjistili jsme, že práce bude dokončena před devátou hodinou. Touto dobou zde bude již 256 pracovníků s úkolem stihnout  $(25\,500 - 28\,800) \text{ Kč} / 28\,800 \text{ Kč} = 33/288$  pole, což se jim rychlostí  $256/288$  pole za hodinu podaří za  $33/256$  hodiny, tedy asi za 7 minut a 44 sekund.

Zbývá odpovědět na všechny otázky v zadání. Práce bude dokončena asi za 8 hodin, 7 minut a 44 sekund. Pokud budou odměněni spravedlivě hodinovou mzdou 100 Kč, náš mládenec dostane asi  $(800 + (33/256) \cdot 100) \text{ Kč} \cdot 813 \text{ Kč}$ . Pokud se však odměna rozdělí mezi všechny, kteří vykonali nějakou práci, tedy i mezi 128 lidí, kteří pracovali pouze necelých 8 minut, na našeho mládence zbyde jen  $12 \cdot (2\,400/256) \text{ Kč} = 113 \text{ Kč}$ .

**Viktor Materna**

materna@vyfuk.mff.cuni.cz

---

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

<sup>1</sup>tedy oba dva