

Úloha VI.E ... Bazén

7 bodů; (chybí statistiky)

Jak je možné, že šíp v každém okamžiku stojí, ale ve všech okamžicích naráz letí? Rozřešení tohoto paradoxu (a tedy vyvrácení neexistence pohybu) přinesl kromě jiných Gottfried Leibniz. Ten postuloval existenci jakési „vis viva“, neboli živoucí síly, která by dodávala tělesům schopnost se pohybovat. Tuto živou sílu dnes nazýváme kinetická energie a stala se jednou z rudimentárních fyzikálních pomůcek.

Zenón, který paradox se šípem zformuloval, ale netušil, že rychlost některých předmětů můžeme určit i zastavíme-li čas. To můžeme vidět ve Výfučení této série, kde můžeme pomocí rovnice kontinuity vypočítat rychlost vody v vytékající z vodovodního kohoutku podle vzorce

$$v = \sqrt{\frac{2ghS_1^2}{S_0^2 - S_1^2}},$$

kde g je tíhové zrychlení, S_0 je průřez otvoru kohoutku a S_1 je plocha průřezu vodního proudu měřená ve vzdálenosti h od výtoku. Tento vzorec bychom opravdu mohli využít k měření např. z fotky vodního proudu. Změřte tedy touto metodou, jaký je výtok Q (v litrech vody za minutu) vašeho vodovodního kohoutku. Tuto veličinu změřte také přímo, tedy tak, že shromáždíte vyteklou vodu a запиšete čas, za který vytekla. Výsledky porovnejte. Jak přesný je uvedený vzorec (snažte se přesnost vyjádřit číselně)? Co mohly být zdroje nepřesností?

Teorie

Odvození vzorce i celou teorii, ze které vychází, popisuje Výfučení¹ této série. Přejdeme tedy rovnou k potřebným úpravám zadaného vzorce.

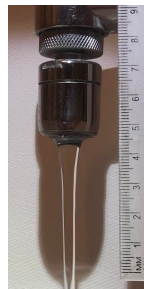
Potřebujeme průtok, ovšem ze vzorce známe pouze rychlost. Průtok kohoutku vypočteme jako $Q = S_0 v$. Do tohoto vztahu pak dosadíme za rychlost ten zadaný

$$Q = S_0 S_1 \sqrt{\frac{2gh}{S_0^2 - S_1^2}}.$$

Vzdálenost h lehce změříme, ovšem obsah je na měření složitější, hodí se tedy si měření obsahu převést na měření něčeho jiného. Průřez proudu vody má tvar kruhu, můžeme tedy měřit jeho poloměr. Dosadíme tedy $S = \pi r^2$:

$$Q = \pi r_0^2 \pi r_1^2 \sqrt{\frac{2gh}{\pi^2 r_0^4 - \pi^2 r_1^4}} = \pi r_0^2 r_1^2 \sqrt{\frac{2gh}{r_0^4 - r_1^4}}.$$

Nyní přejdeme k provedení samotného měření. Podle zadání máme měřit z fotografie, ta je ovšem jinak velká než skutečný fotografovaný předmět. Proto se hodí mít na fotografii něco, podle čeho můžeme určit skutečné délky – pravítko. Jelikož však perspektiva způsobuje, že vzdálené předměty vypadají menší, je potřeba umístit pravítko co nejbližší proudu vody. Měřit pak můžeme buďto v grafickém programu,² kde si pravítko od fotografie oddělíme a můžeme jej přesouvat, nebo úplně stejně na papíře – fotografii vytiskneme, pravítko odstříhneme a měříme.



Obr. 1:
Fotografie
pro měření

¹https://vyfuk.mff.cuni.cz/_media/ulohy/r9/vyfučení/serial6.pdf

²Např. program *Tracker Video Analysis and Modeling Tool*, který je k dostání zdarma

Musíme dát pozor na přesnost. Na malé fotografii nemusíme vidět stupnici dostatečně zřetelně. Velká fotografie zase svádí k odhadování desetin milimetrů. To bychom také neměli dělat. Naše měřidlo má dílky po milimetrech a nejsme si jistí, jak moc fotografování (sklon fotoaparátu, vzdálenost pravítka od vody...) ovlivnilo rozložení stupnice na fotografii. Nedává tedy smysl snažit se být přesnější.

Výsledky

Hned u ústí kohoutku jsme naměřili průměr vodního proudu $d_0 = 1,3$ cm, tedy poloměr proudu vody byl $r_0 = 6,5$ mm. V tabulce 1 je shrnutí naměřených průměrů vodního proudu v určitých vzdálenostech a vypočtený průtok.

Vzdálenost	Průměr	Vypočtený průtok
cm	cm	l·min ⁻¹
1	0,6	0,77
2	0,5	0,75
3	0,5	0,91
4	0,4	0,67
5	0,4	0,75
6	0,4	0,82
7	0,4	0,89
8	0,4	0,95
9	0,3	0,56
10	0,3	0,59

Tab. 1: Hodnoty změřené z fotografie

Průměrný vypočtený průtok je $\overline{Q_f} \doteq 0,771 \text{ l} \cdot \text{min}^{-1}$. Nejistotu určíme jakožto střední absolutní odchylku,³ tedy $\Delta Q_f \doteq 0,101 \text{ l} \cdot \text{min}^{-1}$.

Nyní určíme průtok metodou sbírání vody do nádoby. Máme určit hodnotu v litrech za minutu, nejjednodušší způsob tak bude minutu sbírat vodu a poté změřit její objem. Toto měření opět několikrát zopakujeme, protože lidská pozornost není dokonalá a vody můžeme nashírat o něco méně či více. Pokud jde o technické provedení, využijeme sklenic, jejichž obsah posléze vždy přelijeme do odměrného válce, který má dílky po 2 ml. Výsledky jsou shrnuty v tabulce 2.

Průměrný průtok naměřený touto metodou činí $\overline{Q_p} \doteq 0,7841 \text{ l} \cdot \text{min}^{-1}$. Nejistotu opět určíme jako střední absolutní odchylku $\Delta Q_p \doteq 0,0121 \text{ l} \cdot \text{min}^{-1}$. Do výsledku není nutno při našem řádu zaokrouhlení započítávat systematickou nejistotu čtení z odměrného válce, protože ta je o jeden řád nižší.

³Střední, resp. průměrná absolutní odchylka je jedno z nejjednodušších měřítek nejistoty. Určuje se jednoduše: po spočtení pravděpodobné (průměrné) hodnoty každý jeden údaj v absolutní hodnotě odečteme od průměrné hodnoty a za všech takto získaných absolutních hodnot pak vytvoříme průměr.

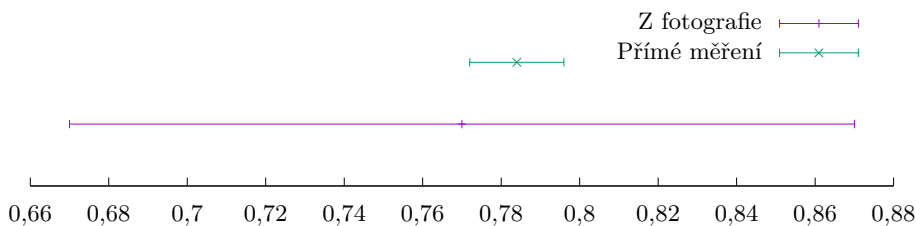
Číslo měření	Naměřený objem l
1	0,798
2	0,786
3	0,768
4	0,786
5	0,764
6	0,802
7	0,808
8	0,778
9	0,782
10	0,764

Tab. 2: Hodnoty získané přímo

Závěr

Měřením z fotografie jsme získali hodnotu průtoku $Q_f = (0,77 \pm 0,10) \text{ l}\cdot\text{s}^{-1}$. Přímým měřením jsme pak změřili průtok $Q_p = (0,784 \pm 0,012) \text{ l}\cdot\text{s}^{-1}$.

Jak je z obrázku 2 vidět, hodnota změřená přímým měřením leží přímo v intervalu té změřené z fotografie. Ovšem měření z fotografie bylo výrazně méně přesné. To jsme mohli tušit už když jsme změřili stejný průměr v několika místech vodního proudu. Proud se zužuje tak nepatrně, že s měřidlem se stupnicí po milimetrech nemůžeme měřit dostatečně přesně. Interval by bylo možné zmenšit (zpřesnit měření) použitím měřidla se stupnicí po menších dílech. Taký by šel zlepšit, pokud bychom si místo absolutní nejistoty vytvořili graf hodnot a proložili jej křivkou. Takové zpracování je však obtížnější.



Obr. 2: Grafické znázornění vzájemné vzdálenosti a nejistot naměřené a nepřímo určené hodnoty

V průběhu měření jsme tedy zjistili, že fotografická metoda je (alespoň v našem provedení) mnohokrát nepřesnější než metoda přímá. Fotografická metoda však může skýtat výhody v podmínkách, kdy by bylo obtížné či nemožné měřit metodou přímou.

Soňa Husáková

sona@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.